

Docentes que enseñan y aprenden resolviendo

Las matemáticas en 1° y 2° grados de educación primaria

EB

Educación
básica



Docentes



**GOBIERNO DE
MÉXICO**



MEJOREDU
COMISIÓN NACIONAL PARA LA MEJORA
CONTINUA DE LA EDUCACIÓN

**Docentes que enseñan y aprenden resolviendo.
Las matemáticas en 1º y 2º grados de educación primaria**

2020

Coordinación general

Susana Justo Garza y Marcela Ramírez Jordán

Coordinación académica

Erica Villamil Serrano, María Eréndira Camacho Trujillo
y Leslie Daniela Pozos Jaramillo

Redacción

Miriam Isabel Arciniega Miranda, Daniel Avilés Quezada, Sandra Isabel
Martínez, Paula Alejandra Rangel Torres y Leslie Thalia Tovar Tapia Ruíz

Colaboración

Eva María Hamilton Vélez, María Esther Padilla Medina y Lorena Figueroa Resa

La Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación agradece la generosa colaboración de los especialistas que contribuyeron con sus comentarios y sugerencias a la elaboración del taller *Docentes que enseñan y aprenden resolviendo. Las matemáticas en 1º y 2º grados de educación primaria.*

D. R. © Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación
Barranca del Muerto 341, col. San José Insurgentes,
alcaldía Benito Juárez, C.P. 03900, México, Ciudad de México.

Dirección General. Juan Jacinto Silva Ibarra

Coordinación editorial. Blanca Gayosso Sánchez
Directora de área

Editor responsable. José Arturo Cosme Valadez
Subdirector de área

Editora gráfica responsable. Martha Alfaro Aguilar
Subdirectora de área

Corrección de estilo. Arturo Cosme Valadez
Diseño y formación. Martha Alfaro Aguilar
Ilustraciones: Ricardo Emmanuel Alamilla Villamil y Roberto Cuevas Reséndiz

Hecho en México. Prohibida su venta.

Esta publicación estuvo a cargo del Área de Vinculación e Integralidad del Aprendizaje (AVIA).

El contenido, la presentación, así como la disposición en conjunto y de cada página de esta obra son propiedad de Mejoredu. Se autoriza su reproducción parcial o total por cualquier sistema mecánico o electrónico para fines no comerciales y citando la fuente de la siguiente manera:

Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2020). *Docentes que enseñan y aprenden resolviendo. Las matemáticas en 1º y 2º grados de educación primaria.* Ciudad de México: autor.

DIRECTORIO

JUNTA DIRECTIVA

Etelvina Sandoval Flores
Presidenta

María del Coral González Rendón
Comisionada

Silvia Valle Tépatl
Comisionada

Florentino Castro López
Comisionado

Óscar Daniel del Río Serrano
Comisionado

Armando de Luna
Secretaría Ejecutiva

Salim Arturo Orci Magaña
Órgano Interno de Control

TITULARES DE ÁREAS

Francisco Miranda López
Evaluación Diagnóstica

Gabriela Begonia Naranjo Flores
Apoyo y Seguimiento a la Mejora Continua e Innovación Educativa

Susana Justo Garza
Vinculación e Integralidad del Aprendizaje

Miguel Ángel de Jesús López Reyes
Administración

Índice

Presentación.....	4		
Ruta de trabajo.....	5		
Propósito general.....	8		
Situación I. Aprender resolviendo.....	9	Situación IV. Medidas por doquier.....	89
1. Resolviendo algunos problemas.....	10	1. La medida para hacer la vida más fácil.....	90
2. Situaciones matemáticas.....	16	2. Grandes retos para los más chicos.....	94
3. ¿Qué hace el niño con los números?.....	22	3. El final sólo es un comienzo.....	101
4. Organicemos la clase de matemáticas.....	32		
5. Cierre.....	34		
Situación II. Transformando números.....	37	Situación V. Figuras y tablas.....	104
1. Sobre el sistema de numeración decimal.....	38	1. Veo raro porque pienso abstracto.....	105
2. Sumar y restar.....	51	2. El universo de la información.....	117
3. Problemas de suma y resta.....	58	3. Datos y tablas en el aula: primeros pasos en la estadística.....	122
4. Organicemos la clase de matemáticas.....	66	4. Organicemos la clase de matemáticas.....	124
5. Cierre.....	67	5. Cierre.....	127
Situación III. El cálculo mental y la multiplicación: un camino más fácil.....	70		
1. Agilizar el pensamiento: estrategias de cálculo mental.....	71		
2. Estructuras multiplicativas.....	76		
3. La multiplicación.....	80		
4. Organicemos la clase de matemáticas.....	85		
5. Cierre.....	86		
		Referencias.....	130

Presentación

La contingencia sanitaria que ha impuesto al mundo el virus SARS-CoV-2 ha provocado que maestras y maestros realicen grandes esfuerzos para mantener comunicación con sus estudiantes y asegurar que continúen aprendiendo a la distancia.

Para los docentes que atienden los primeros grados de la educación primaria el desafío es aún más significativo, porque enfrentan el reto de enseñar matemáticas a niñas y niños que ingresan a la educación primaria, lo que implica fortalecer su práctica con estrategias didácticas, recursos y materiales que apoyen su trabajo y les permitan lograr que sus estudiantes alcancen los aprendizajes esperados.

La Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (Mejoredu), desde sus atribuciones, elabora alternativas de formación continua que contribuyen a la mejora de la práctica docente; consideran los retos, necesidades y realidades de los contextos en los que maestras y maestros desarrollan su trabajo, e impulsan un proceso de análisis y reflexión individual que se fortalece mediante el trabajo colaborativo con otros colegas, sea en línea o de forma presencial.

Mejoredu pone a su disposición el taller *Docentes que enseñan y aprenden resolviendo. Las matemáticas en 1º y 2º grados de educación primaria*, cuyo propósito es que las y los profesores quienes atienden estos grados vivan, a partir de su propia experiencia, el proceso de aprendizaje de las matemáticas y reflexionen y actúen sobre su propia práctica para enriquecerla y acompañar a sus estudiantes.

Las situaciones de aprendizaje planteadas por el taller invitan a construir estrategias en las que maestras y maestros podrán aprovechar los recursos de su contexto, la riqueza de los aprendizajes y la diversidad en sus estudiantes como una ventaja pedagógica que fortalezca su práctica docente.

Al poner en sus manos este taller, Mejoredu confía en que se amplíen las oportunidades para la formación, ubicando en el centro el papel fundamental del personal docente para garantizar el derecho de niñas y niños a una educación de excelencia.

**Junta Directiva de la Comisión Nacional
para la Mejora Continua de la Educación**

Ruta de trabajo

Los procedimientos que los niños inventan surgen de lo más profundo de su intuición y de su manera natural de pensar. Si favorecemos que ejerciten su forma genuina de pensar, en lugar de exigirles que memoricen reglas que para ellos carecen de sentido, desarrollarán una base cognitiva más sólida y una mayor seguridad. Los niños que se sienten seguros aprenden más a largo plazo que aquellos que han sido instruidos de un modo que les hace dudar de sus propios razonamientos.

CONSTANCE KAMII

Promover que la relación de niñas y niños con las matemáticas sea placentera es un desafío asumido por los docentes para que sus estudiantes desarrollen aprendizajes que les permitan acceder a nuevos conocimientos, teniendo en cuenta la diversidad presente en la población escolar, lo cual ofrece una oportunidad para potenciar los aprendizajes de la totalidad del alumnado.

Las matemáticas no se aprenden sólo en la escuela. Niñas y niños tienen información y saberes construidos en su relación con el contexto, su familia y amigos; han desarrollado aprendizajes que es importante recuperar en el aula, porque constituyen un andamiaje que favorece el uso de conocimientos matemáticos en distintos ámbitos y contribuyen a organizar y estructurar el pensamiento en diversos aspectos de la vida.

Una pregunta que vale la pena hacerse es: ¿podría vivirse sin usar las matemáticas? Difícil imaginarlo. En nuestra vida cotidiana nos beneficiamos de los avances científicos y tecnológicos que se fundamentan en desarrollos matemáticos antiguos y modernos; por ejemplo, la era de la tecnología y la electrónica inició con los conocimientos generados por babilonios y egipcios, primeras culturas avanzadas que utilizaron las matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana.

Como docente, usted puede ofrecer múltiples oportunidades a sus estudiantes para que construyan su proceso de aprendizaje y dejarles proponer problemas, hacer sus propias conjeturas y descubrimientos, improvisar sus explicaciones y demostraciones, aprender de los demás y, también, saber que pueden equivocarse y comprender que del error también se aprende.

Maestras y maestros de primero y segundo grados de educación primaria pueden aprovechar los usos reales que niñas y niños dan al conteo, a la suma y a la resta, y ofrecerles oportunidades para la resolución de problemas diversos; mirar formas y distinguirlas, analizar datos y hacer cálculos a partir de la realidad y de las experiencias de su contexto.

El diseño de estrategias didácticas parte del conocimiento que cada docente tiene del contexto en el que se ubica la escuela y de las características y diversidad de sus estudiantes, así como de sus conocimientos previos y los momentos por los que atraviesan en su proceso de aprendizaje de las matemáticas.

El taller *Docentes que enseñan y aprenden resolviendo. Las matemáticas en 1º y 2º grados de educación primaria*, se fundamenta en referentes conceptuales que consideran a las matemáticas como una práctica que impregna la vida cotidiana de niñas y niños al acercarlos a la resolución de problemas, a partir de los ejes de número, álgebra y variación; forma, espacio y medida; y análisis de datos definidos en los programas de estudios de la asignatura de Matemáticas para el primer ciclo de la educación primaria.

Las actividades que se proponen en las situaciones de aprendizaje recuperan la idea de que se aprende matemáticas al buscar distintas alternativas de solución, mirar desde diferentes perspectivas, cuestionar y reflexionar sobre las acciones propias y las de otros.

El taller se integra por cinco situaciones de aprendizaje. En la situación I, Aprender resolviendo, se plantea la resolución de problemas y el diseño de situaciones matemáticas como fundamentos metodológicos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la disciplina, y se reflexiona sobre la construcción de la noción del número en niñas y niños.

La situación II, Transformando números, está orientada a comprender el sistema de numeración decimal, sus relaciones y las operaciones de suma y resta. La situación III, Cálculo mental y la multiplicación: un camino más fácil, promueve la reflexión y el análisis sobre las capacidades de las y los estudiantes para resolver problemas empleando el cálculo mental y se revisan estrategias cuyo fin es abordar el concepto de multiplicación.

En la situación IV, Medidas por doquier, se aborda el proceso de construcción de las nociones de medida y magnitud. Finalmente, en la situación V, Figuras y tablas, se trabajan las características y propiedades de figuras y cuerpos geométricos, así como la organización y representación de la información mediante el enfoque de resolución de problemas.

Las actividades planteadas en cada situación proponen desarrollar procesos como:

- la reflexión acerca de las experiencias sobre la enseñanza de las matemáticas;
- el análisis y síntesis a través de preguntas detonadoras que, a modo de provocación, indagan y orientan la participación desde la propia experiencia en la resolución de problemas;
- la interacción entre colegas con el fin de promover el intercambio, el diálogo, la empatía, la construcción y la deconstrucción de saberes, así como el encuentro con otros para profundizar en reflexiones y propuestas de trabajo con estudiantes;

- el descubrimiento y aprendizaje a partir de textos de diversos autores, imágenes o videos;
- la planeación de estrategias y actividades para el trabajo en el aula en cada situación de aprendizaje.

Recomendaciones para el desarrollo del taller

El trabajo docente no se desarrolla en solitario por lo que el taller, además de proponer actividades individuales, plantea compartir los aprendizajes generados con colegas del centro de trabajo o de otras escuelas. Está diseñado en un formato digital editable que le permite descargarlo en su computadora y desarrollarlo a distancia en el plano virtual o bien en forma presencial, cuando las circunstancias y lineamientos determinados por las autoridades educativas lo establezcan. Éstas definirán las acciones para su implementación. Le sugerimos contar con un cuaderno de trabajo donde realizar algunos de los ejercicios.

Cada situación de aprendizaje se organiza en los siguientes apartados:

- *Nombre.* Frase alusiva al eje temático que se aborda.
- *Propósito.* Describe los objetivos de la situación de aprendizaje.
- *Agenda de trabajo.* Enuncia los momentos de trabajo, las actividades y el tiempo estimado para su desarrollo.
- *Situación de aprendizaje.* Dividida en momentos y actividades individuales o colectivas.
- *Autoevaluación.* Propone preguntas o enunciados para la reflexión sobre los aprendizajes logrados.
- *Para profundizar en el tema.* ofrece algunas recomendaciones que permiten acceder a diversos textos y recursos sobre los aspectos planteados.

A fin de apoyar la organización del trabajo, al interior del taller encontrará los siguientes íconos:



Propósito general

Fortalecer el diseño de problemas y situaciones matemáticas, a partir de reflexionar en torno a la experiencia de las y los docentes y sus conocimientos sobre la disciplina, para propiciar en sus estudiantes de 1° o 2° grados de primaria el gusto e interés por el aprendizaje de las matemáticas.

Situación I

Aprender resolviendo

Propósitos

- Reconocer la resolución de problemas y el diseño de situaciones matemáticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina.
- Reflexionar sobre cómo las niñas y los niños de 1° y 2° de primaria construyen la noción de número para fortalecer el diseño de situaciones matemáticas.



Agenda

Momentos	Actividades	Tiempo
1. Resolviendo algunos problemas	a. El sistema de numeración gema	50 minutos
	b. Construyendo verdaderos problemas matemáticos	
2. Situaciones matemáticas	a. Orientaciones didácticas	50 minutos
	b. La granja	
3. ¿Qué hace el niño con los números?	a. Noción del número	1 hora
	b. Escritura del número	
	c. Usos del número	
4. Organicemos la clase de matemáticas	a. Manos a la obra	45 minutos
5. Cierre	a. Recapitulando	35 minutos
	b. Autoevaluación	
Para profundizar en el tema		

1. Resolviendo algunos problemas

Actividad a.

El sistema de numeración gema

Imagine que se encuentra en otra ciudad por cuestiones de trabajo y que en ese lugar no conocen el sistema de numeración decimal, porque ahí se maneja el sistema de numeración gema.

Figura 1.1 Ciudad en la que se maneja el sistema de numeración gema



Usted tiene que hacer compras para iniciar su vida en este nuevo contexto, y un amigo, para ayudarlo, le comparte las siguientes herramientas que le permitirán familiarizarse con el sistema de numeración que manejan en la región y comprar lo que necesita: tabla con los símbolos y valores que representan los números en el sistema de numeración gema (ver tabla 1.1).

Tabla 1.1 Símbolos y valores del sistema de numeración gema

Símbolo (numeral)	Representación de cantidad	Nombre del numeral
●	Cero	Ojito
I	I	Pal
└	II	Esc
▲	III	Tri
■	IIII	Cuad



Su amigo quiere que se familiarice con los símbolos de la numeración gema, por lo que le comparte la tabla 1.2, con la serie incompleta. A partir de analizar la secuencia presentada, complétela según corresponda. Puede anotar sus respuestas en su cuaderno de trabajo.

Tabla 1.2 Serie de numeración gema

 Pal	 Esc	 Tri	 Cuad	 Diamante
 Di pal	 Di esc	Di tri	 Di cuad	 Rubi
 Ru pal	Ru esc	 Ru tri	 Ru cuad	 Esmeralda
 Es pal	 Es esc	 Es tri	 Es cuad	Jade
 Ja pal	Ja esc	 Ja tri	 Ja cuad	 Diamantina



¿Qué dificultades enfrentó para completar la tabla del sistema de numeración gema?

¿Qué elementos tuvo que reconocer en este sistema de numeración?

¿Qué conocimientos y habilidades previos le permitieron resolver el reto?

¿Qué emociones experimentó durante la actividad?

¿Considera que enfrentó un problema? ¿Por qué?



Analice y resuelva el siguiente problema empleando el sistema de numeración gema. Responda a las preguntas que se plantean.

Compré manzanas rojas y verdes, de la bolsa he sacado todas las manzanas rojas (**Di esc**) ¿Cuántas manzanas verdes quedan en la bolsa si en total tenía 70 manzanas?

Describa, paso a paso, la estrategia que utilizó para resolver el problema.

¿Considera que su estrategia fue un proceso formal o informal?¹ ¿Por qué lo considera así?

Explique si le representó un reto poder resolver el problema. ¿A qué dificultades se enfrentó con este ejercicio?

Reflexione sobre las dificultades que para niñas y niños representa resolver un problema con el sistema de numeración decimal que apenas están conociendo.



Converse con un colega sobre las dificultades que tuvieron al realizar los ejercicios con el sistema de numeración decimal y reflexionen sobre las que podrían tener niñas y niños al acceder al sistema de numeración decimal. Comparta en las siguientes líneas algunas de las principales conclusiones a las que llegaron.

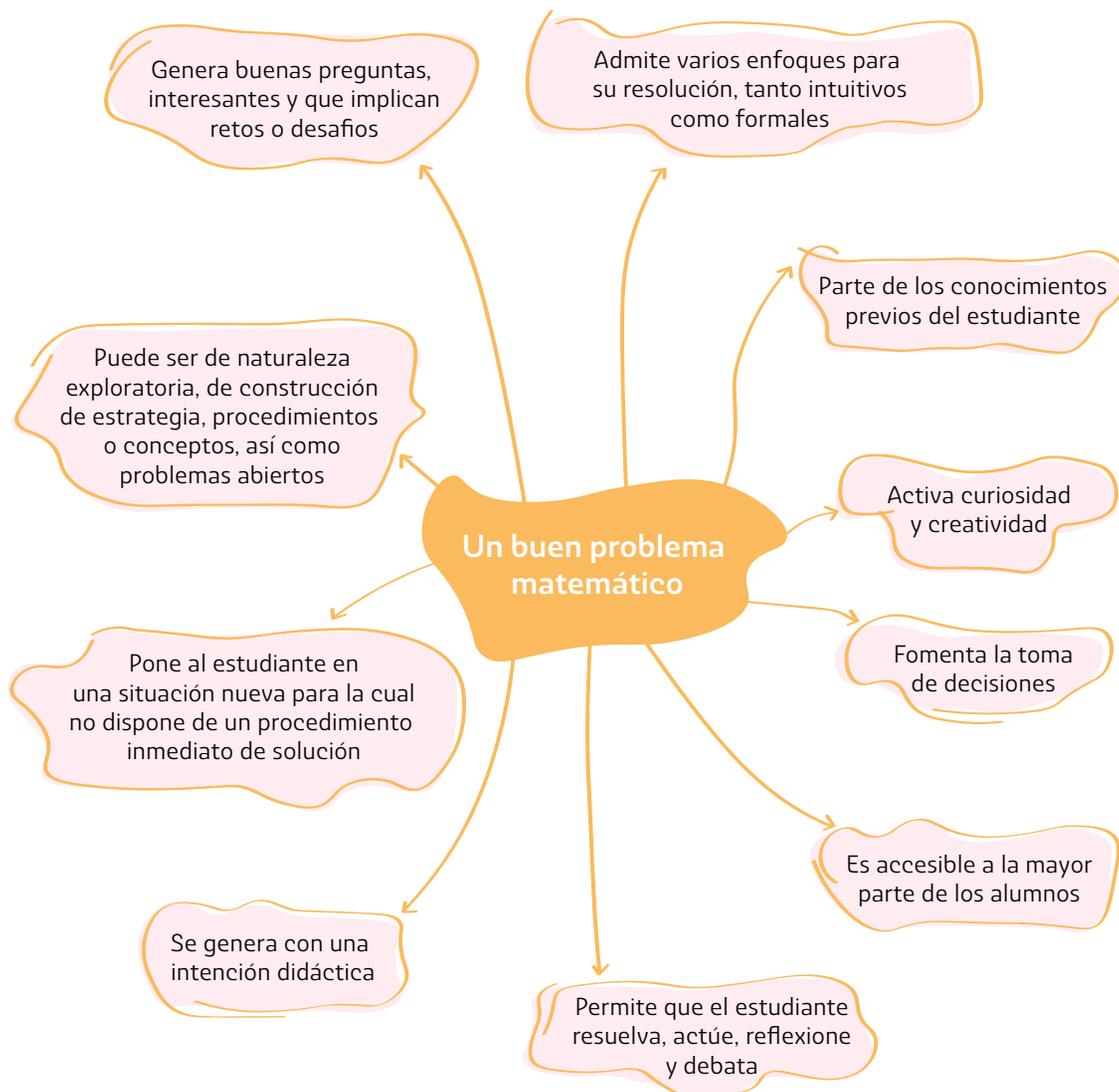
¹ Niñas y niños tienen conocimientos que les permiten resolver algunos problemas aún antes de conocer la operación formal. Pueden, por ejemplo, solucionar un problema de suma contando con sus dedos, haciendo un dibujo para controlar el conteo o mediante aproximaciones sucesivas. Estos procedimientos se denominan informales o intuitivos, y son la base a partir de la cual los estudiantes comprenden las operaciones y desarrollan sus conocimientos para poder solucionar problemas a partir de una operación formal. Resolver múltiples problemas, lo más cercano a su realidad, propicia que niñas y niños mejoren y abrevien sus procedimientos. Sugerirles y enseñarles formas de abreviar sus procedimientos y realizarlos junto con sus compañeros permite ir avanzando al uso de procedimientos usuales o formales como una manera más de resolver operaciones y problemas (Fuenlabrada *et al.*, 1994, p. 7).

Actividad b.

Construyendo verdaderos problemas matemáticos

En la figura 1.2 se presentan algunas de las principales características que conceptualizan un buen problema matemático. Analícelo con detalle:

Figura 1.2 Características para la construcción de un buen problema matemático



Fuente: elaboración con base en Isoda y Olfos (2009), Blanco, Cárdenas y Caballero (2015), SEP (2016), Brousseau, (1986).



Después de analizar las características descritas en la figura 1.2, anote sus ideas sobre las siguientes preguntas.

¿Qué características toma en cuenta al diseñar problemas matemáticos para trabajar con sus estudiantes?

¿Qué dificultades ha enfrentado al desarrollar problemas matemáticos con sus estudiantes?



En pareja, diseñen y resuelvan dos problemas matemáticos, de suma o de resta, que, desde su punto de vista, cumplan con la mayoría de las características de la figura 1.2. Para diseñarlos tomen acuerdos, hagan ejercicios en su cuaderno de trabajo e intercambien opiniones con el fin de decidir sobre los dos problemas a diseñar

1. El primer problema deben diseñarlo con el sistema de numeración gema.

2. El segundo problema diseñenlo con el sistema de numeración decimal, teniendo presentes a los estudiantes del grado de primaria que están atendiendo en este momento.

Intercambien los problemas con otra pareja de colegas. Comenten qué retos enfrentaron al diseñar y resolver un problema con un sistema que no les es familiar y cuáles al diseñar un problema con el sistema de numeración decimal.

Tome en cuenta

Para formular problemas matemáticos:

- Considere experiencias que sean cercanas a sus estudiantes, es decir, que sean acordes a sus saberes y al contexto de su comunidad.
- Puede emplear situaciones imaginarias como la del sistema de numeración gema, o también situaciones totalmente matemáticas que buscan analizar y comprender mejor algún concepto o procedimiento matemático. Le recomendamos este video que muestra la planeación e implementación de un problema específicamente matemático: “Parte 3. Maestros aprendiendo juntos. Sistema de capacitación docente en Japón”: <<https://www.youtube.com/watch?v=qSISMYojlzw&t=44s>>.
- Prevea cómo plantear el problema a estudiantes que hablan una lengua distinta al español.

2. Situaciones matemáticas

Actividad a.

Orientaciones didácticas

Lea y analice el siguiente texto.

En la propuesta para la enseñanza de las matemáticas que se plantea en el libro para el maestro *Matemáticas segundo grado*. SEP (2019c), se señala que

aprender matemáticas va más allá de memorizar términos o aplicar procedimientos, involucra algo más que resolver operaciones y problemas en los que hay una única respuesta correcta, siguiendo un solo camino. Para lograrlo es necesario hacer matemáticas, lo cual implica involucrarse en la resolución de problemas, hacer preguntas y construir significados (p. 6).

Los conocimientos matemáticos se construyen de manera social y en interacción con otros. El docente debe diseñar situaciones matemáticas que permitan generar un conjunto de interacciones entre un estudiante o un grupo de estudiantes, el docente (quien identifica los aprendizajes esperados sobre las matemáticas, planteados en el plan y programas de estudios) y el medio didáctico o recursos que utiliza para enseñar, que pueden ser problemas, juegos, textos, retos o desafíos.

Continúa >

El aprendizaje se concibe entonces como un proceso de adaptación que permite la construcción de nuevos conocimientos a partir de los previos. El diseño de una situación matemática incorpora una serie de actividades o recomendaciones que son:

1. Definir *¿qué busco?* Es decir, *¿cuál es la intención didáctica y metodológica?*
2. Construir el planteamiento de un buen medio (puede apoyarse de la figura 1.2. Características para la construcción de un buen problema matemático).
3. Definir o diseñar los materiales o recursos de apoyo.
4. Definir las interacciones entre estudiantes y/o con su docente: organización del grupo y cómo se desarrollará la tarea; qué tipo de comunicación se promueve y se busca entre los actores; cuál será el rol del docente durante el desarrollo de la situación.
5. Establecer cuáles serán las interacciones de las y los estudiantes con los materiales o recursos que se han diseñado para el desarrollo de la situación, lo cual implica diseñar las consignas o instrucciones sobre las tareas solicitadas.
6. Diseñar acciones en las que el estudiante argumente y justifique las estrategias que utiliza para la resolución del problema y enfrentarse al juego o al desafío planteado, a fin de que valide la efectividad de sus estrategias, o bien, identifique qué requiere modificar.
7. Prever cuáles pueden ser las respuestas que el estudiante dará al resolver el problema, lo cual incluye la identificación previa de los posibles errores.
8. Propiciar que el estudiante, a partir de su interacción con el medio o con sus compañeros, construya conjeturas, busque patrones o regularidades que le permitan identificar procedimientos sistemáticos.
9. Pensar cómo se pueden generar ambientes en los que, en conjunto con sus estudiantes, se hagan preguntas, se use el error como fuente de aprendizaje, se fomente la discusión y el trabajo matemático.
10. Considerar en el diseño el tiempo suficiente para que el estudiante explore los problemas y las actividades y desarrolle estrategias^[1] individuales o colectivas que le permitan aprender.
11. Generar un ambiente de confianza donde los estudiantes puedan compartir las emociones que surgen al momento de aprender las matemáticas.
12. Considerar que el rol del docente es fundamental para guiar el proceso, es decir, ofrecer pautas durante el desarrollo e intervenir con preguntas clave a los estudiantes para orientarlos en el logro de la tarea e intención didáctica. Es importante que el docente esté preparado para adecuar la actividad propuesta cuando encuentre dificultades en su desarrollo (considere el punto 6), o para complejizar el contexto, modificando la instrucción o el nivel de dificultad con el fin de profundizar el concepto.

Brousseau (1986); Panizza *et al.* (2003); SEP (2019c) y SEP (2019d).

[1] En el taller se utiliza el término como Montanero y León (2001) lo definen: secuencia de procedimientos cognitivos o de acciones didácticas aplicables para lograr aprender y/o enseñar.

Actividad b. La granja



Con base en el texto anterior, diseñe en la tabla siguiente una situación matemática a partir de un aprendizaje esperado en los estudiantes del grado escolar en el que labora. Puede recuperar alguna situación matemática que haya puesto en práctica anteriormente, lo que le permitirá contrastarla, y tal vez enriquecerla, con los elementos que aquí se proponen. Guíese por el ejemplo mostrado en la columna izquierda. Puede seleccionar un tema que sea cercano al contexto de niñas y niños.

Grado escolar:

Aprendizaje esperado:

Situación matemática: multiplicación	Diseño de situación matemática								
<p>Tema para revisar Multiplicación: desde su significado como una relación de proporcionalidad.</p> <p>Aprendizaje esperado 2° grado Resolver problemas de multiplicación con números naturales menores que 10.</p>									
<p>Material</p> <ul style="list-style-type: none"> • Animales de una granja: 5 cerdos, 3 caballos y 5 borregos. • Fichas de colores: 25 rojas, 25 azules y 25 verdes. • Hojas o tarjetas para los mensajes. • Tabla con valores del alimento en fichas para cada animal, como se muestra a continuación. <table border="1" data-bbox="305 1732 714 1885"> <thead> <tr> <th>Animales</th> <th>Alimento</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 cerdo</td> <td>3 fichas rojas</td> </tr> <tr> <td>1 caballo</td> <td>6 fichas azules</td> </tr> <tr> <td>1 borrego</td> <td>4 fichas verdes</td> </tr> </tbody> </table>	Animales	Alimento	1 cerdo	3 fichas rojas	1 caballo	6 fichas azules	1 borrego	4 fichas verdes	
Animales	Alimento								
1 cerdo	3 fichas rojas								
1 caballo	6 fichas azules								
1 borrego	4 fichas verdes								

Situación matemática: multiplicación	Diseño de situación matemática
<p>Organización del grupo</p> <p>El docente organiza al grupo en parejas. Comenta que van a jugar a ser responsables de alimentar a los animales. Explica que un miembro de la pareja será encargado de asignar el alimento a los animales y el otro el repartidor.</p>	
<p>Planteamiento del problema</p> <p>El docente indica a cada pareja el número de animales que debe alimentar.</p> <p>La tarea del encargado será escribir y entregar al repartidor el mensaje que indica la cantidad de alimento que se requiere para alimentar a los animales asignados.</p> <p>El repartidor de alimentos deberá tomar la cantidad total de fichas que corresponde a cada tipo de animal, de acuerdo con lo señalado en el mensaje del encargado.</p> <p>El encargado y el repartidor revisarán que se haya repartido la cantidad exacta de alimentos.</p> <p>Cuando se concluya la actividad, si la cantidad de alimento no es la correcta, el docente orienta para que los estudiantes revisen sus estrategias y les solicita que realicen nuevamente el ejercicio, con el fin de que identifiquen dónde está el error (ver proceso de validación).</p> <p>Los estudiantes se comunican entre ellos las estrategias que utilizaron <i>¿Qué fue lo que realizaron? ¿Cómo lo hicieron? Si fue necesario hacer modificación a su procedimiento ¿en qué parte lo hicieron?</i></p>	
<p>Rol del docente</p> <p>El docente recorrerá los equipos y si hay dificultades para resolver el problema preguntará a los miembros del equipo: <i>¿Comprenden lo que deben hacer? ¿Qué entendieron en el mensaje? ¿El mensaje no se entiende o no está completo? ¿En dónde creen que se encuentra el error?</i></p> <p>Sólo deben darse pistas y buscar que los estudiantes comprendan e identifiquen lo que corresponde realizar o, en su caso, el error, y realicen las acciones necesarias para corregirlo.</p>	

Situación matemática: multiplicación	Diseño de situación matemática
<p>Variaciones didácticas</p> <p>Dependiendo de la situación que se presente y de las necesidades del niño o de la niña, pueden introducirse variaciones didácticas, por ejemplo: si la tarea es muy difícil se puede disminuir la cantidad de animales que se asignó a la pareja, o cambiar la indicación para que el repartidor vaya tomando fichas por animal, en lugar de que tomen las fichas para todos los animales al mismo tiempo. Por otra parte, si la tarea no representa un reto cognitivo puede complejizarse dando a la pareja más animales o cambiando la cantidad de alimento para cada animal. También es posible sugerir que los estudiantes formulen los mensajes de una forma distinta.</p> <p>Asimismo, la tarea puede tener otras variaciones como, por ejemplo: que se trabaje de manera individual o de forma grupal haciendo uso del pizarrón.</p>	
<p>Revisión del proceso para resolver el problema</p> <p>Es fundamental que durante la realización de la actividad las y los estudiantes lleven a cabo la revisión del proceso que siguieron para resolver el problema y, de ser necesario, que regresen al inicio para identificar en dónde se encuentra el error. Por ejemplo, podrán comenzar contando la cantidad de fichas sin hacer uso de la estrategia multiplicativa. Al momento de alimentar a los animales se pueden dar cuenta si las fichas seleccionadas están completas, si les sobran o les faltan. En caso de que estén completas podrán dialogar sobre cómo llegaron a esa conclusión. Si les sobran o les faltan fichas tendrán que revisar y volver a realizar el procedimiento, sea desde formular el mensaje, el aspecto multiplicativo o el conteo en la entrega.</p>	

Situación matemática: multiplicación

Recomendaciones finales

Las estrategias que utilicen los estudiantes irán evolucionando hasta construir saberes formales y convencionales. Será necesario que de manera gradual el docente descontextualice el conocimiento matemático de la actividad y avance con sus estudiantes a un conocimiento o saber que se pueda utilizar en otras situaciones, como son, en este ejemplo, las tablas de proporcionalidad, mismas que darán paso a las tablas de multiplicar.

Variable	Resultado
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18
7	21
8	24
9	27
10	30



Intercambie con un colega la situación matemática que diseñó. Analicen y argumenten sus propuestas. Identifiquen coincidencias y diferencias y, de ser necesario, hagan sugerencias de mejora.

Tome en cuenta

Al planear y desarrollar problemas o situaciones matemáticas, en ocasiones se proponen actividades o materiales que limitan al niño en la construcción de estrategias espontáneas con las que ha resuelto problemas en su vida cotidiana. Este tipo de dificultades son denominadas *obstáculo didáctico*.^[1]

El ejemplo de la granja se diseñó para que la o el niño interactúe con material concreto y, a partir de las indicaciones, recupere sus conocimientos previos en donde ponga en juego la cardinalidad^[2] del número y las habilidades de pensamiento lógico matemático que ha desarrollado. Si se hubiera planteado darle el algoritmo de la multiplicación y/o la tabla de multiplicar desde el inicio, se habría limitado su proceso de construcción y descubrimiento, generando así un obstáculo didáctico.

Otro obstáculo didáctico que se puede presentar se relaciona con la forma en que el docente guía y orienta el desarrollo de la actividad. Si en lugar de hacer preguntas para que los niños cuestionen su forma de llegar a los resultados, les da las respuestas, se puede llegar a pensar que aprendieron el contenido sin considerar lo que requiere para comprender el problema.

Estos obstáculos pueden tener consecuencias en la construcción del conocimiento del niño o la niña a futuro, por lo que es importante considerar cuáles pueden ser los más comunes cuando se está diseñando y enseñando un contenido matemático.

3. ¿Qué hace el niño con los números?

Actividad a. Noción de número



Recupere lo que usted sabe de los conocimientos matemáticos de los niños y las niñas cuando llegan a primer año de primaria. Para ello, reflexione sobre las siguientes preguntas y escriba sus conclusiones.

¿Hasta qué número pueden nombrar sus estudiantes con y sin errores? ¿Hasta qué número identifican y escriben con y sin errores?

¿Son capaces de identificar la representación de la cantidad de objetos en una colección? ¿Cómo lo hacen?

¿Pueden resolver algunos problemas sencillos como agregar, juntar, igualar, quitar o comparar cantidades? ¿Ha indagado usted en dónde y cómo han desarrollado estos saberes?

Lea y analice el siguiente texto:

De entre quienes se han dedicado a investigar sobre cómo construye el niño la noción del número, se puede encontrar, en primer lugar, a Piaget y sus teorías sobre el desarrollo del pensamiento lógico-matemático que, si bien han sido fuertemente criticadas, también han sido malinterpretadas,^[1] por lo que algunas siguen vigentes.

Cuando Piaget afirmó que los niños, al desarrollar las capacidades de clasificar y seriar objetos, van constituyendo la base que les permite identificar que los objetos se pueden agrupar según algún criterio de clasificación y, al hacer seriaciones de los elementos de acuerdo con alguna característica específica, también se desarrollan las ideas sobre el orden y los procesos de inclusión, se configura el patrón de la serie numérica oral y escrita, por ejemplo, que el 5 contiene al 4, al 3, al 2 y al 1. Además de estas teorías, está la de conservación de la cantidad que implica un proceso mediante el cual el niño logra darse cuenta de que la cantidad total de elementos de una colección no se modifica al moverlos o desagruparlos, siempre y cuando no se agreguen o quiten (sumen o resten) elementos a la colección (Kamii, 1984; Nunes y Bryant, 1997; Ressa De Moreno, 2003).

Continúa >

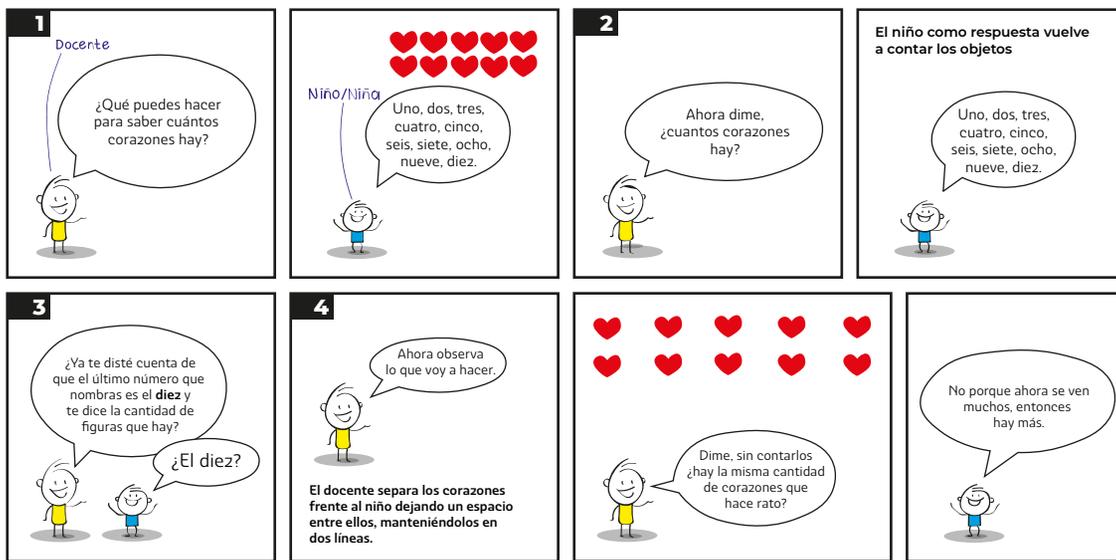
[1] En algún momento durante las décadas de los setenta y ochenta, del siglo XX, se pensó que poner a las y los niños a clasificar y seriar objetos sin una finalidad más allá y sin comprender con claridad la teoría, era suficiente para que construyeran la noción de número. Ahora se sabe que ambas habilidades cognitivas sí ayudan en este proceso, pero, deben ser diseñadas con esa finalidad comprendiendo bien cada habilidad.

Por otro lado, desde la década de los setenta, grupos de investigadores han considerado que la noción de número inicia con el proceso de conteo que todos los niños siguen y aprenden en su comunidad –cuando ven a otros contar– y que la conservación de la cantidad es un proceso que vendrá después del conteo (según Fayol, 1985; Schaeffer, Eggleston y Scott 1974, citados en Ressia de Moreno, 2003) o, incluso hay quienes piensan que el conteo es el único proceso mental que lleva al niño a desarrollar la noción de número (Gelman, y colaboradores 1977, 1978 y 1983, citados en Ressia de Moreno, 2003).

Sin embargo, ahora se sabe y se acepta, más que nunca, que el ser humano está integrado y que los procesos cognitivos que desarrolla se van ligando, relacionando e interactuando entre sí y que tienen que ver tanto con procesos heredados, como con las experiencias que vive. Por lo tanto, una sola teoría ya no explica un proceso tan complejo como es el desarrollo de la noción de número en niñas y niños (Nunes y Bryant, 1997; Ressia de Moreno, 2003).

Con la finalidad de ejemplificar la complejidad en el desarrollo de la noción de número en sus estudiantes, analice las siguientes escenas donde un niño, cuya edad está entre los 4 y 6 años, se encuentra en ese proceso (ver figura 1.3).

Figura 1.3 Diálogo docente-estudiante



Fuente: elaboración con base en Piaget (1965) (citado en Ressia de Moreno, 2003).

Identifique el diálogo por partes. En las escenas 1 y 2: ¿qué hace el niño para saber cuántos corazones hay? ¿Logra saber la cantidad de corazones que hay sin contar uno por uno? ¿Por qué?

Si tomamos en cuenta lo que mencionan los investigadores, vemos que en la escena 2, el niño tiene que contarlos de nuevo para poder determinar cuántos son en total. Entonces se podría pensar que no basta con que el niño ya sepa contar objetos, sino que hace falta que el niño convierta al conteo en una herramienta del pensamiento que le ayude a construir la noción del número.

Observe la escena 3: ¿para qué pregunta el docente al niño si ya se dio cuenta que el último número que nombra indica el total de corazones que hay?

En la escena 4: ¿qué se propone averiguar el docente al separar los corazones y pedir al niño que le diga si es la misma cantidad, pero sin contarlos?

Con base en las dos últimas escenas es posible constatar la necesidad que tiene el niño de desarrollar los procesos lógico-matemáticos de clasificación, seriación y conservación de la cantidad para poder avanzar a la construcción de la noción de número.



Comparta con algún colega sus reflexiones e identifique si entre sus estudiantes hay quienes aún no dominan el conteo, no comprendan la cardinalidad del número y presentan dificultades sobre la conservación de la cantidad como se observa en la escena 4. A partir de su diálogo:

- Intercambien algunas estrategias didácticas que han utilizado para apoyar a sus estudiantes en el desarrollo de la noción de número.

Escriba alguna estrategia que pueda poner en práctica con sus estudiantes:

Tome en cuenta

Para que el conteo sea útil a niñas y niños, éstos deben comprender los siguientes principios:

- De **adecuación única**: el niño comprende que al contar sólo puede darle un número (palabra-número) a cada objeto que va contando.
- De **cardinalidad**: el estudiante comprende que, al contar una colección de objetos, el último número nombrado indica el total de objetos de esa colección.
- De **indiferencia del orden**: el niño comprende que se pueden contar los objetos en el orden que decida, de izquierda a derecha, de arriba hacia abajo, etcétera, pero que debe haber un orden lógico para no contar dos veces el mismo objeto y no dejar de contar alguno.

Las preguntas que usted vaya planteando favorecerán que niñas y niños comprendan que la cantidad de elementos de una colección se conserva a menos que se le aumenten o quiten elementos (suma o resta), lo que propiciará sus posibilidades de operar con los números (Gelman 1983, citado en Ressa de Moreno 2003).

Actividad b.

Escritura del número

En cuanto a la escritura de los números (símbolos convencionales), las niñas y los niños pequeños desarrollan diferentes estrategias para representar la cantidad de elementos de una colección, hasta que logran hacerlo con los números convencionales. En la figura 1.4 se muestran cuatro formas que emplean para representar las cantidades de los objetos.

Figura 1.4 Proceso de escritura de los números en el niño



Fuente: elaboración con base en Hughes (1987).



A partir de su experiencia, dibuje lo que hacen los niños en cada una de las 4 etapas para representar cantidades de objetos. Puede realizar este ejercicio en su cuaderno de trabajo.

Etapa	Dibuje un ejemplo
Idiosincrásica	
Pictográfica	
Iconica	
Simbólica	

Analice las siguientes preguntas y anote sus reflexiones.

¿Qué problemas necesita plantear para hacer que la representación gráfica de la cantidad que realizan los estudiantes vaya transitando hasta llegar a la representación convencional?

¿Cuáles son los errores más frecuentes que presentan sus estudiantes al escribir los números?

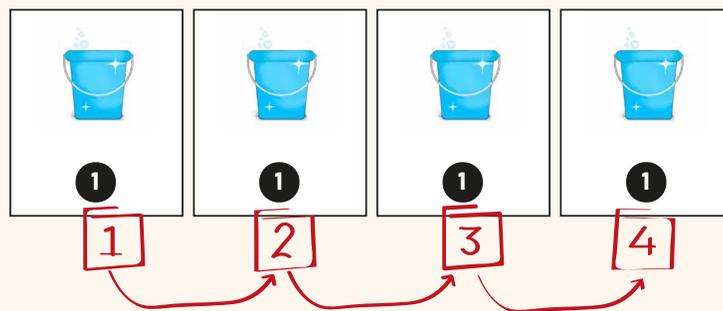
¿Hacer planas de los números ayudará a que las niñas y los niños comprendan que eso que trazan representa una cantidad de elementos? ¿Por qué?

Tome en cuenta

Un obstáculo didáctico común sucede cuando el docente utiliza una serie numérica en donde cada lámina contiene la cantidad de objetos que indica el número y, al llegar al 4, él pregunta a los estudiantes: ¿cuántos llevamos?, a lo que ellos responden: son 10. Si se observa bien, no hay un total de 4 objetos sino $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, es decir hay un total de 10 elementos.



Esto llega a confundir mucho a los estudiantes, por lo que, si se quiere trabajar la seriación oral y escrita, hay que utilizar un objeto por cada número que se va “contando”, así será: $1 + 1 + 1 + 1 = 4$ elementos.



Si lo que se busca es favorecer la cardinalidad, hay que utilizar láminas con el número y la cantidad de objetos correspondiente, pero no hay que ubicarlos en serie. También podría propiciarla mediante el conteo empleando material concreto e ir señalando cada objeto al mismo tiempo que se dice un número y se indica en la tira numérica. Ejemplo: en una mesa se ponen cinco juguetes: un camión, una muñeca, una canica, un trompo, una resortera, y se cuenta hasta el 5 en la serie numérica oral y escrita, y luego se presenta una lámina con el 5 y las imágenes de estos objetos.



Dialogue con sus colegas y analicen algunas estrategias didácticas que han llevado a la práctica para que sus estudiantes evolucionen en la escritura del número. Esto complementará sus prácticas de enseñanza.

Actividad c. Usos del número



Regrese al contexto imaginario en el que usted visita una ciudad con el sistema de numeración gema y resuelva el siguiente problema. En la figura 1.5, denominada Mercado “La Joya”, se muestra el número de pasillo y los productos que venden. Dibuje en su cuaderno de trabajo los símbolos que correspondan para que:

- Identifique el número de pasillo y escriba en la línea el nombre de este número.
- En cada huacal de frutas anote, en la línea correspondiente, el nombre del número que indica el precio de cada fruta, como se muestra en el ejemplo de la primera columna en donde el precio de las manzanas es Jade pesos por kg.

Figura 1.5 Mercado “La Joya”

Pasillo ▲ _____

 Jade Pesos por kg	 _____ Pesos por pieza	 _____ Pesos por kg	 _____ Pesos por kg	 _____ Pesos por pieza

Resuelva las siguientes preguntas.

¿En qué pasillo está el puesto de frutas?

Si compra pal kg de plátanos y pal kg de sandías, ¿cuánto debe pagar?

Si tiene Ja cuad pesos, ¿qué frutas puede comprar sin que le sobre ni le falte dinero?

Con Jade pesos, ¿qué frutas le gustaría comprar sin que le falte dinero?



Reflexione y anote sus principales conclusiones:

¿Qué proceso siguió para resolver los problemas?

¿Las preguntas a resolver en el mercado le resultaron interesantes y retadoras?
¿Por qué?

¿Qué le resultó más sencillo de resolver? ¿Qué le pareció más complejo? ¿Qué errores cometió al resolverlos?

¿Qué usos dio a los números para resolver los problemas?



Comparta con sus colegas las respuestas a las preguntas anteriores. Identifiquen semejanzas y diferencias entre los procesos seguidos y las respuestas obtenidas. Dialoguen sobre cómo pueden trabajar con sus estudiantes con problemas similares en el sistema de numeración decimal y analicen qué podría resultarles más complejo de resolver.

Anote algunas de las principales conclusiones:

Tome en cuenta

Los números se usan para recordar cantidades, *memoria de cantidad*, que hace referencia a la posibilidad que dan los números de evocar una cantidad sin que esté presente.

Un ejemplo del uso del número como memoria de cantidad es cuando sus estudiantes cuentan los carros que ven pasar y se les pregunta cuántos contaron en total. Otro ejemplo es cuando las niñas y los niños que viven en el campo usan los números para contar las semillas, los pasos para sembrar o diseñar un bordado; igualmente, los jornaleros agrícolas migrantes cuentan las cubetas o baldes que llenan en una jornada y cuánto representan estos baldes al momento de recibir un pago.

También se usan los números para ordenar elementos, *memoria de posición*, por ejemplo, al recordar el lugar que ocupa un objeto en una lista ordenada sin tener que memorizar la lista; se emplean también para hacer cálculos. Es importante que tenga presente estos usos al momento de diseñar y poner en práctica actividades secuenciadas.

Los números pueden servir igualmente como un código, por ejemplo, los números telefónicos, o determinar una magnitud, por ejemplo, pesa 2 kg, mide 3.5 m, son las 6 horas, etcétera (González y Weinstein, 1998).

4. Organicemos la clase de matemáticas

Actividad a.

Manos a la obra



Con lo visto hasta ahora y recuperando su experiencia, es momento de profundizar en el análisis y la reflexión acerca de su rol docente en la enseñanza de las matemáticas. Lea el siguiente texto.

En el Libro para el maestro. *Matemáticas. Segundo grado* (SEP, 2019d, p. 13) se plantea que al docente le corresponde:

- Investigar los procesos de pensamiento de los estudiantes, observar sus acciones y hacerles preguntas: *¿Cómo lo hiciste? ¿Qué fue lo que pensaste? ¿De dónde salió ese resultado?*
- Guiar las explicaciones de los estudiantes aplicando las habilidades de argumentación: *¿Por qué se obtiene ese resultado? ¿Por qué seguiste ese procedimiento?*

Continúa >

- Invitar a la búsqueda de distintos caminos y soluciones: *¿Hay otros caminos? ¿Es la única respuesta?*
- Fomentar la discusión entre pares. Esto permite que los estudiantes expliquen unos a otros lo que piensan, escuchen al otro, respeten opiniones diferentes, justifiquen ideas y procedimientos frente a sus compañeros, hagan cuestionamientos acerca de las ideas de los otros: *¿Cómo lo hizo tu compañero? ¿Puedes aplicar el mismo procedimiento para resolver el problema?*
- Organizar el trabajo colaborativo según la actividad y sus propósitos: *¿De cuántos integrantes serán los equipos? ¿De qué se encargará cada uno? ¿Cómo estarán conformados los equipos?*
- Dirigir momentos de discusión grupal. A lo largo del proceso de aprendizaje comentar lo que se ha realizado hasta el momento, lo que se ha aprendido y hacia dónde deben dirigirse las acciones futuras. También se pueden introducir términos, ideas y procedimientos matemáticos que ayuden en la resolución de los problemas.

Por otro lado, es importante que se asegure que todos sus estudiantes comprendan lo que se dice en clase, particularmente si tiene estudiantes que hablan una lengua distinta al español, porque los términos propios de la matemática escolar que se les enseña guardan distintas relaciones con conceptos y términos que expresan significados distintos en las culturas indígenas.^[1] Estos términos algunas veces están claramente alejados en su significado y, otras veces, no tienen su correspondiente en esas lenguas (Ávila, 2018).

[1] Por ejemplo: en la lengua tzotzil no se usan los términos rectángulo o triángulo, sólo se usan términos cercanos a cuadrado y círculo, pero su significado no es similar al que se les da en español, círculo se refiere a un "encierro" más que a una figura de ciertas propiedades, sin importar la forma; es decir, el marco de una fotografía o el contorno de un corral pueden ser "un encierro" (Ávila, 2018).

Con base en lo planteado en el texto, describa en la columna de la izquierda las acciones que ha llevado a cabo con sus estudiantes y en la de la derecha anote algunas que considera le faltan por trabajar y cómo las desarrollaría para la enseñanza de las matemáticas.

Acciones/tareas que he realizado	Acciones/tareas por trabajar

5. Cierre

Actividad a. Recapitulando

Tenga presente lo que se desarrolló a lo largo de esta situación de aprendizaje y considere los siguientes elementos al momento de diseñar situaciones matemáticas.

- En la preparación de los problemas tenga en cuenta las características de todos sus estudiantes, sus aprendizajes previos, su cultura, su contexto.
- Los ambientes alfabetizadores matemáticos deben incluir la interacción con materiales accesibles, dentro y fuera del aula, y proveer al estudiante de información pertinente que le permita construir, junto con sus compañeros, diversos contenidos y habilidades matemáticas a partir de la resolución de problemas, sin mostrar primero los algoritmos.
- Hay procedimientos espontáneos que a los estudiantes les han servido para resolver situaciones o problemas. El error debe ser utilizado como un elemento para retroalimentar y avanzar en los procedimientos y como un elemento clave del aprendizaje.
- Si trabaja en una escuela de organización multigrado, recuerde que puede organizar a los estudiantes por ciclo (primero y segundo grados). El grupo multigrado puede representar una ventaja debido a que los más pequeños se enteran poco a poco de lo que aprenden los mayores y éstos reafirman sus conocimientos al ayudar a los más pequeños. Todo ello favorece el aprendizaje colaborativo.
- La enseñanza y el aprendizaje giran en torno a situaciones matemáticas diseñadas previamente atendiendo las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes. Las actividades deben estar planeadas y ser producto del análisis de los resultados que la o el docente tiene sobre el aprendizaje de sus estudiantes, en su experiencia al trabajar el contenido y sobre el diagnóstico general del grupo, entre otros aspectos, valorando las situaciones más complejas y aquellas en las que no se presenta dificultad al resolver un problema.



Considerando lo realizado en esta situación de aprendizaje, en parejas elaboren un organizador gráfico (mapa conceptual, infografía, etcétera) sobre los contenidos abordados que consideren más relevantes. En plenaria o en grupos pequeños (de acuerdo con la disponibilidad de la tecnología y las condiciones para el trabajo a distancia) compartan y analicen su organizador gráfico con otros docentes para retroalimentar su trabajo.

Actividad b.

Autoevaluación

Reflexione sobre su proceso de aprendizaje en esta situación para que valore qué y cómo aprendió. Apóyese en los siguientes cuestionamientos.

¿De qué manera alcancé los propósitos planteados en esta situación de aprendizaje?

¿Qué nuevo aprendizaje adquirí?

¿Qué dudas tengo y qué haré para resolverlas?

Por último, recupere las emociones que experimentó al realizar las actividades con un sistema de numeración diferente al decimal (gema) y comente cómo podría apoyar a sus estudiantes cuando empiecen a realizar actividades con el sistema de numeración decimal.



Para profundizar en el tema

Aquí encontrará algunos videos y textos que podrán ser de utilidad para ampliar sus conocimientos sobre los contenidos revisados y el diseño de sus actividades.

- En este video encontrará un estudio de caso en donde se muestra la resolución de problemas como estrategia para la enseñanza de las matemáticas. DGESPETV (junio 2011). El estudio de clase en México (Universidad de Tsukuba). [Archivo de vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=AuqmCE3hd_s>.
- En este Webinar la maestra Calvo explica qué contenidos matemáticos abordar y cómo en este periodo de contingencia sanitaria a nivel mundial. Calvo, C., Navarro, M. & Toscano, J. (2020). Las matemáticas no están confinadas al papel, [Webinar], OEI. <https://teams.microsoft.com//meetup-join/19%3ameeting_NGQwNDE4MjMtYzU1Yy00MjY4LTgwNWYtYTYxN2MyODI3Nmly%40thread.v2/0?context=%7b%22Tid%22%3a%22c6e72044-ef50-4155-b833-547e735dcb82%22%2c%22Oid%22%3a%225aa203b1-30a0-4b33-a609-f776d3c9b18e%22%2c%22IsBroadcastMeeting%22%3a%22true%7d%7d%3e>.
- La doctora Fuenlabrada habla sobre el desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos de educación básica. 1er. Foro Estatal BCS La Escuela desde una visión inclusiva. (s.f.) Irma Fuenlabrada. Pensamiento matemático. [Archivo de video]. YouTube. <<https://www.youtube.com/watch?v=bOLsPlyfvbl>>.
- La autora de este texto explica la utilidad del uso de juegos matemáticos para facilitar la enseñanza en esta asignatura. Silva, A. (s.f.). La elección de un contexto para enseñar matemáticas. *¿Mejor un juego? ¿Por qué?* <<https://docplayer.es/12716917-La-eleccion-de-un-contexto-para-ensenar-matematicas-mejor-un-juego-por-que.html>>.
- “Nepohualtzitzin”, un material que ha generado cambios en el razonamiento matemático de los estudiantes y el desarrollo de la imaginación para resolver problemas matemáticos. <http://dgei.basica.sep.gob.mx/files/fondo-editorial/educacion-intercultural/cgeib_00021.pdf>.

Para conocer un poco más sobre quiénes son las niñas y los niños indígenas y jornaleros agrícolas migrantes:

- *Personas jornaleras agrícolas migrantes*
<<https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/P2A329.pdf>>.
- *Personas indígenas*
<<https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2018/12/P2A343.pdf>>.

Situación II

Transformando números

Propósitos

- Comprender las características, relaciones y operaciones de suma y resta en el sistema de numeración decimal, para fortalecer el diseño de problemas y situaciones matemáticas.



Agenda

Momentos	Actividades	Tiempo
1. Sobre el sistema de numeración decimal	a. ¿Cuál sistema de numeración prefiero?	1 hora
	b. ¿Para qué y cómo se agrupan los objetos de una colección?	
	c. Valor posicional	
	d. Las relaciones y operaciones entre los números	
	e. Características del sistema de numeración decimal	
2. Sumar y restar	a. El triángulo de los números	1 hora
	b. Descomponer números	
	c. Amigos de los números amigables	
	d. De lo concreto a lo abstracto	
3. Problemas de suma y resta	a. Problemas para reunir, agregar o quitar (de cambio y combinación).	1 hora 15 minutos
	b. Analizar la estructura de los problemas de suma y resta	
	c. Problemas para comparar	
	d. Otros problemas	
	e. ¿Por qué el algoritmo?	
4. Organicemos la clase de matemáticas	a. Manos a la obra	30 minutos
5. Cierre	a. Recapitulando	15 minutos
	b. Autoevaluación	
Para profundizar en el tema		

1. Sobre el sistema de numeración decimal

Actividad a.

¿Cuál sistema de numeración prefiero?

Regrese al contexto imaginario de la ciudad que utiliza el sistema de numeración gema (Situación 1. Aprender resolviendo) y ordene los siguientes números de menor a mayor sin ver la tabla 1.2 Serie de numeración gema. Realice este ejercicio en su cuaderno de trabajo.

Tabla 2.1

				
Ru tri	Di cuad	Ja cuad	Diamante	Es esc

Cuando concluya el ejercicio, revíselo con base en la información de la tabla 1.2 y valore cómo quedó su ordenamiento. Si hay algo que deba corregir puede hacerlo.

¿Enfrentó algunas dificultades? Anote enseguida cómo las resolvió.

¿Considera que sus estudiantes enfrentan dificultades semejantes cuando aprenden el sistema de numeración decimal? ¿Por qué?

Realice el mismo ejercicio con el sistema de numeración decimal:

28	143	62	14	2

¿Por qué es más fácil ordenar los números en el sistema de numeración decimal?



Lea y analice el siguiente texto.

El sistema de numeración decimal, que tiene base 10, es más sencillo de operar en comparación con sistemas de numeración como el romano, que no tiene base y sólo se utiliza para representar números que, entre más grandes son, más compleja es su escritura.

La escritura de los números en el sistema de numeración decimal requiere se aprendan los símbolos de los dígitos 0 al 9, a partir de los cuales se van formando otros números según la posición que van ocupando. Por ejemplo, en el número 22, el primer dos corresponde a 2 decenas y el segundo a 2 unidades. Asimismo, hay que observar la regularidad en la escritura, por ejemplo, en los números 10, 11, 12, 13, 14... hasta el 19, todos tienen una decena indicada por su posición y lo que varía es el número de unidades. En el número 19, el 1 representa una decena y tiene 9 unidades.

La expresión oral de la serie numérica tiene otras características, no es posicional. Niñas y niños memorizan los números del 1 al 15 porque sus nombres son específicos, sin regularidad, aunque algunos encuentran la regularidad oral y expresan al 11 como "diez y uno". Sin embargo, cuando han memorizado los primeros 15 números, del 16 en adelante van comprendiendo poco a poco el sistema y los patrones que la numeración tiene; por ejemplo, en el 16 se van dando cuenta que se conforma de una decena y 6 unidades por eso se nombra "dieciséis". Después aprenden que las decenas tienen nombres que deben aprender, por ejemplo, dos decenas se dice veinte y así hasta 10 decenas, que es en el número cien. Después vuelve a ser fácil porque doscientos indica doscientos y así hasta el mil.



Con base en la información compartida, responda a las siguientes preguntas.

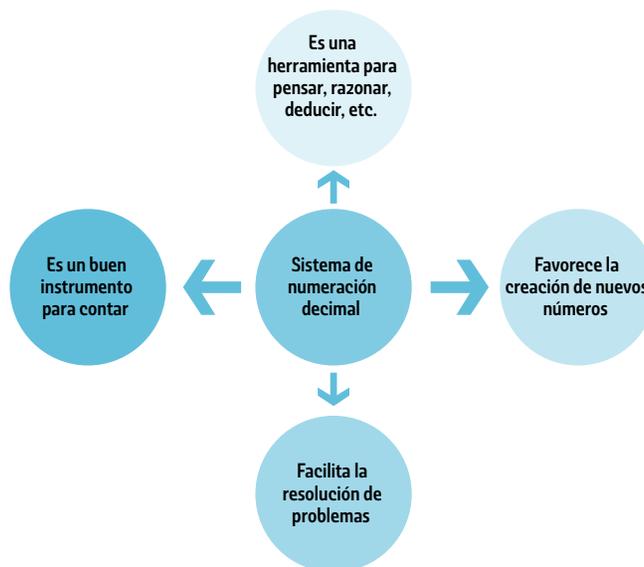
¿Cuáles son las características del sistema de numeración decimal?

¿Cuáles son las características del sistema de numeración gema?

¿Qué características comparten ambos sistemas? ¿En qué son diferentes?

En la figura. 2.1 se muestran algunas ventajas del sistema de numeración decimal por sus características de contar con una base y ser posicional.

Figura 2.1 Otras ventajas del sistema de numeración decimal



Fuente: elaboración con base en Nunes y Bryant (1997).



En parejas planteen una o dos actividades que podrían diseñar para abordar los temas de la construcción del número y el sistema de numeración decimal a partir del número favorito de sus estudiantes.

En ocasiones los niños saben más acerca de los números de lo que se cree, por ejemplo, el número 6 podría ser significativo para algún niño o niña porque es la edad que tiene, o tal vez porque tiene 4 hermanas y hermanos, o porque en la casa número 10 vive su mejor amigo.

Tome en cuenta

Hay sistemas de numeración con diferentes bases, por ejemplo, el imaginario gema es base 5, el decimal es base 10, y el otomí tiene tres bases: 5, 10 y 20:

la numeración otomí del Valle del Mezquital tiene una estructura general de la forma “5- 10- 20”. Es decir, su numeración tiene estructuras de las bases de cinco (por ejemplo, $8 = 3 + 5$), diez (por ejemplo, $12 = 10 + 2$) y veinte (por ejemplo, $63 = 3 \times 20 + 3$). Esta forma “5- 10- 20” se encuentra en la mayoría de las lenguas de la familia otopame (Gilsdorf, 2008, p. 168).

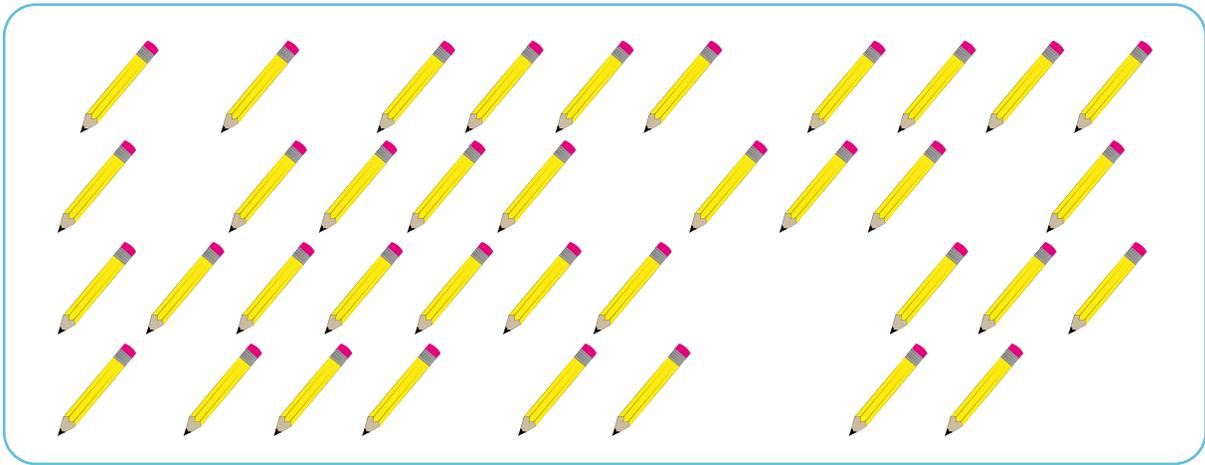
Considerar los saberes de la cultura de origen de los estudiantes sobre el sistema de numeración requiere identificar su uso y reconocimiento en la comunidad a través de un acercamiento con los actores que lo manejen, para estar en posibilidad de valorar su cultura.

Actividad b.

¿Para qué y cómo se agrupan los objetos de una colección?



Resuelva el siguiente problema: en el aula se le va a entregar un lápiz a cada uno de los 39 estudiantes. ¿Alcanzarán los lápices para que le toque uno a todas y todos?



¿Cuántos lápices hay?

¿Alcanzan para todas y todos?

¿Cuántos sobran o faltan?

¿Qué estrategia utilizó para contar los lápices?

¿Cómo sería más fácil contar los lápices? ¿Por qué?

Según su experiencia: ¿Qué estrategias utilizan los niños de 1° y 2° grados para contar elementos?

¿Qué sugerencias y apoyos didácticos utiliza con sus estudiantes para que deduzcan que agrupar de diez en diez es una estrategia que hace más rápido el conteo, sobre todo cuando hay un mayor número de elementos?

Las acciones de agrupar y desagrupar que realizan niñas y niños antes de la resolución de las operaciones de suma y resta favorecen la comprensión de las reglas de cambio del sistema de numeración decimal. Para comprender las características de base y posición, las y los estudiantes tienen que realizar muchas actividades de agrupamiento y desagrupamiento.

Recuerde que desagrupar los números implica cambiar una unidad de un orden superior a su equivalente en el orden inferior inmediato; por ejemplo, una centena en diez decenas, o una decena en diez unidades y, de manera inversa, agrupar implica, por ejemplo, que 10 unidades se cambian por una decena y diez decenas por una centena.



En parejas compartan dos experiencias de agrupación y desagrupación de objetos que hayan realizado con sus estudiantes. Con base en ello identifiquen:

- los “errores” más frecuentes que suelen cometer las niñas y los niños.
- las estrategias que han utilizado para ayudar a sus estudiantes a no cometer estos “errores”.

Escriban sus reflexiones:

Actividad c.

Valor posicional

De vuelta a la ciudad imaginaria donde está de visita recupere la tabla 1.2 Sistema de numeración gema (Situación I. Aprender resolviendo). Identifique el valor del símbolo según su posición. Tome como referencia el ejemplo que se muestra y complete la tabla en su cuaderno de trabajo.

Tabla 2.2

Números	Valor símbolo izquierda	Valor símbolo derecha
	Esmeralda	Tri
		
		
		
		

Reflexione y anote sus respuestas a las siguientes preguntas.

¿Qué conocimientos y habilidades puso en juego al resolver la actividad anterior?

Desde su experiencia, escriba cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes de primero y segundo grados de educación primaria cuando comienzan a escribir cantidades con dos o tres cifras:



En parejas busquen o inventen un juego que apoye a sus estudiantes en la comprensión del valor posicional que tienen los números en el sistema de numeración decimal.

Por ejemplo, pueden tener varias tarjetas con algunos números escritos entre el 1 y el 100 o el 1000 (dependiendo del grado de primaria que atienda). Con un dado jueguen a que en la tarjeta se identifique el número que caiga en el dado. Usted o algún estudiante deberán indicar primero si buscarán el número en las unidades, decenas o centenas. El estudiante que lo identifique correctamente se lleva la tarjeta y ganará la niña o el niño que más tarjetas tenga cuando todas se hayan terminado, o también quien sume más puntos en las tarjetas que haya acumulado. Puede hacer la actividad con todo el grupo o en equipos pequeños.

Actividad d. Las relaciones y operaciones entre los números



Terminó las actividades que realizó en la ciudad a la que fue a trabajar y el día de mañana regresa a su ciudad de origen. Quiere comprar algunos obsequios para sus familiares y visita la tienda de regalos (figura 2.2). Resuelva las siguientes preguntas utilizando el sistema de numeración gema:

Figura 2.2 Tienda de regalos

¿Qué regalo cuesta más? ¿Cuál menos?

¿Qué regalo cuesta menos que la gorra? ¿Qué regalo cuesta más que el florero?

¿Qué regalo cuesta más que la gorra, pero menos que la canasta? ¿Cuánto menos?

Sume el costo de dos regalos de modo que al hacerlo le de igual precio que otro regalo.

¿Qué estrategia siguió para hacer las comparaciones? ¿Para qué le sirve hacer comparaciones entre el costo (números que representan cantidades) de los regalos?

Ahora debe elegir los regalos que le gustaría llevar de regreso a casa. Al revisar su cartera se da cuenta que solo tiene una **Diamantina**.

¿Puede comprar todos los regalos que eligió? ¿Le sobra o le falta dinero? ¿Cuánto le sobra o cuánto le falta?

¿Qué regalos puede comprar sin que le sobre ni le falte dinero?

Explique el procedimiento que siguió para responder a las preguntas anteriores:



Con sus colegas comparta y reflexione sobre las respuestas que dieron a las preguntas anteriores. Por ser divergentes, es decir que no tienen una sola respuesta, será muy enriquecedor analizar la variedad de soluciones que se den ante un mismo planteamiento. Respondan:

¿Para qué le servirá al niño hacer comparaciones entre los números del sistema de numeración decimal?

Tome en cuenta

La enseñanza de las matemáticas en los primeros grados de educación primaria requiere que usted reconozca en sus estudiantes el tipo de relaciones entre los números que son capaces de realizar. A esto se le llama “el sentido numérico”:

entendido como “una buena intuición sobre los números y sus relaciones”, que debe desarrollarse gradualmente como resultado de explorar los números, usarlos en una variedad de contextos, y relacionarlos entre sí, superando el limitado aprendizaje de los algoritmos tradicionales. El sentido numérico se concibe como una forma de pensar, por consiguiente, no es una “lección” en el currículum de las matemáticas de primaria, sino una manera de aproximarse al trabajo con los números en el aula (Llinares, 2001, citado en Godino, *et al.*, 2004, p. 161).

Continúa >

Tome en cuenta

Al trabajar con sus estudiantes problemas y situaciones matemáticas, incluya actividades y juegos en donde niñas y niños descubran y apliquen las relaciones entre los números naturales: “mayor que”, “menor que”, “igual a”, “diferente de”, como estrategia para su resolución.

En el caso de las operaciones con los números, el sentido numérico sirve para encontrar relaciones entre colecciones como: “cuál tiene más elementos”, “cuál tiene menos” “en cuál hay igual cantidad”, con lo que las y los niños son capaces de resolver problemas y situaciones matemáticas como las que usted resolvió anteriormente.



Reflexione

Sobre algunas acciones que realizan las niñas y los niños al explorar las relaciones entre números o colecciones, por ejemplo, si al comparar dos números saben cuál es mayor o al comparar colecciones identifican cuál tiene más elementos. Recuerde y escriba tres de estas acciones.

Para Llinares, los niños deben desarrollar su sentido numérico antes de aprender los algoritmos tradicionales (como los de suma, resta, multiplicación y división). Con base en su experiencia, ¿qué problemas podrían enfrentar sus estudiantes si no se favorece el desarrollo de este sentido numérico y se inicia de manera apresurada con la enseñanza de los algoritmos? Fundamente su respuesta.



Comparta con uno o más colegas su respuesta sobre los problemas que pueden presentarse si se enseñan los algoritmos antes de que los estudiantes hayan experimentado y reconocido las relaciones entre los números.

Actividad e.

Características del sistema de numeración decimal



Recupere su respuesta sobre las características que identificó del sistema de numeración decimal en la Actividad a. ¿Cuál sistema de numeración prefiero? y complemente las siguientes ideas:

Es de base diez porque cuenta con diez símbolos, los cuales son...

Es posicional, lo que significa que...

Los objetos se agrupan de...

El cero es un número muy útil para...

Comparta un ejemplo de los valores de los números según la posición en donde se encuentran y explíquelo.

Es momento de responder la pregunta: entre el sistema de numeración gema y el decimal, escriba cuál prefiere y fundamente su elección.



En parejas analicen el uso de tablas con el sistema de numeración decimal que se indica en el Libro de texto gratuito *Matemáticas. Primer grado* (SEP, 2019a, pp. 133-137). Entre las siguientes acciones, elijan las que han trabajado con sus estudiantes y comenten cómo las han puesto en práctica:

- Identificar las regularidades de la serie numérica escrita (la base 10).
- Contar de 1 en 1, de 2 en 2, de diez en diez, etcétera.
- Utilizar la sucesión numérica oral y escrita en formas ascendente y descendente.
- Encontrar las relaciones “mayor que” y “menor que” entre los números.
- Identificar el valor posicional.
- Sumar y restar.²

¿Cuál ha sido su experiencia al utilizarla(s) con sus estudiantes? ¿Qué modificaría si volviera a desarrollarla(s)? ¿Le(s) han dado otros usos?

² Para sumar se utiliza el sobreconteo partiendo del primer sumando y de ahí se va avanzando tantos números como lo indique el segundo sumando; por ejemplo, $34+15=$, los estudiantes parten del 34 en la tabla y avanzan contando 15 números más hasta llegar al resultado: 49. En la resta sería contar de manera descendente, es decir, con el mismo ejemplo $49-15 =$ del 49 contarían hacia atrás 15 números y llegarían al 34.

Tome en cuenta

Las herramientas como el conteo, conocimiento, comprensión y manejo del sistema de numeración decimal no son suficientes para la resolución de problemas: se necesita además el razonamiento matemático, lo que permite a los estudiantes comprender los datos y la relación entre ellos para interpretar correctamente el problema o situación a resolver, y así buscar la mejor estrategia u operación a realizar para llegar a la solución correcta. Es lo que Fuenlabrada (2009) denomina: “la relación semántica entre los datos”.

Al plantear problemas y diseñar situaciones matemáticas, considere que los estudiantes hagan uso del razonamiento matemático. Proponga problemas interesantes, complejos, con respuestas y procesos de resolución múltiple para que niñas y niños pongan en juego las relaciones entre los números y las operaciones aritméticas. Con todo esto, serán capaces de saber cómo y cuándo aplicar los algoritmos a fin de resolver los planteamientos y actividades propuestos por usted.

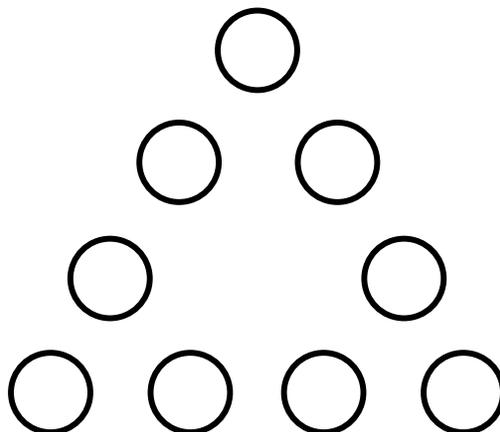
2. Sumar y restar

Actividad a.

El triángulo de los números

En la figura 2.3 acomode los números del 1 al 9 en los círculos, de tal manera que el resultado de la suma de los números en cada lado sea el mismo.

Figura 2.3 Configuración numérica



Fuente: elaboración propia.

¿Cuántas respuestas encontró para resolver el juego?

¿Qué consideró para ordenar los números en cada lado?

¿Encontró alguna dificultad o cometió algún error al resolver el ejercicio? ¿Cuál?

Tome en cuenta

El juego es un recurso clave para generar un ambiente de confianza en el grupo, favorecer la comunicación, trabajar la cooperación y aprender a analizar conflictos, a negociar y a generar soluciones creativas. El juego es un medio que permite a los estudiantes, entre otras cosas, conocer el mundo y expresarse (SEP-CGEIB, 2008).

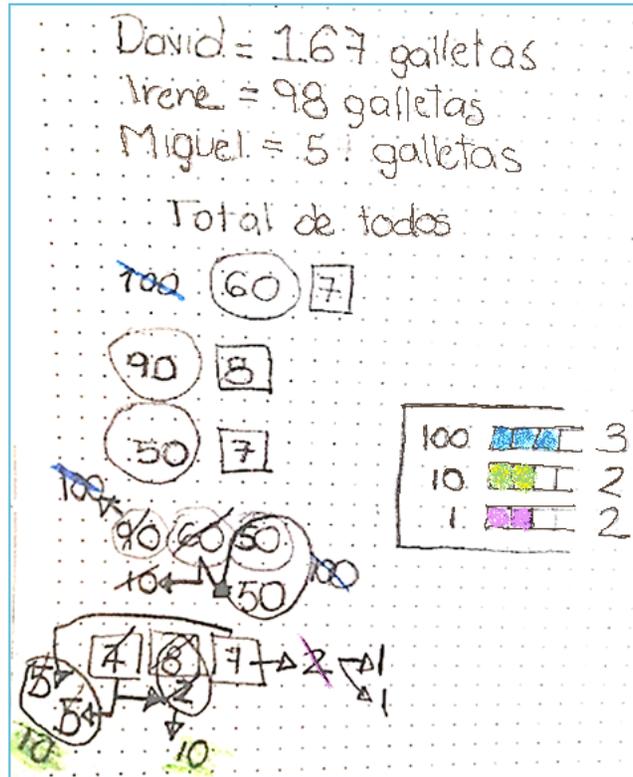
Al iniciar la enseñanza de la suma y la resta planea situaciones donde sus estudiantes operen con números que conocen, así será más sencillo agrupar y desagrupar. Por ejemplo, practiquen todas las formas en que se puede componer un número del 2 al 9. Se trata precisamente de comprender la construcción de un número a partir de otros, como en este juego del triángulo de los números, en el que se busca que el resultado de la suma de los números sea el mismo, pero se puede obtener a partir de distintas combinaciones. Poco a poco podrán realizar estos juegos con números de forma mental, esto les ayudará a realizar sumas y restas de forma sencilla.

Actividad b.

Descomponer números

Analice la figura 2.4 que muestra la estrategia que utilizó un estudiante para resolver el siguiente problema: David cocinó 167 galletas, Irene cocinó 98 y Miguel 57, ¿cuántas galletas cocinaron entre los tres?

Figura 2.4 Representación de la estrategia de un niño de 2° grado de primaria para resolver un problema



Fuente: estudiante de 2° grado.

Describe el procedimiento de resolución del problema que siguió el estudiante.

¿Qué conocimientos previos y habilidades considera que utilizó el estudiante para poder realizar estas operaciones?

¿Qué preguntas le haría al estudiante para que explique el procedimiento que utilizó?

¿Qué otras estrategias pueden utilizar los estudiantes para resolver este problema sin emplear el algoritmo convencional?

Actividad c.

Amigos de los números amigables

Se llaman *números amigables* a los números que permiten que se formen cierto tipo de números redondos enteros que terminan en uno o más ceros. En las actividades con números amigables los estudiantes siguen el procedimiento que se ejemplifica a continuación (se puede revisar el libro de texto gratuito. *Matemáticas. Segundo grado*, SEP, 2019b, p. 31, 100 y 108).

Ejemplo: Cuando a Lorena se le pide que sume $143 + 29$ y utiliza los números amigables para resolver la operación, lo puede hacer de dos formas distintas:

- completa el 143 a 150 sumando 7, que toma al descomponer el 29 en $7 + 22$, y después suma $150 + 22 = 172$; o
- puede completar el 29 para hacerlo 30, entonces descompone el 143 en $142 + 1$ y luego suma $30 + 142 = 172$.



Anote la información que falta en las celdas correspondientes (descripción o ejemplo). Incluya alguna descripción con números amigables que trabaje con sus estudiantes.

Descripción	Ejemplo
Consideran dos cifras para completar decenas, centenas y miles.	
Es más rápido el resultado si se usan cifras que incluyan el 0 al final.	
	$51 - 15 = 36$
Si se tiene un 9, no importa su valor posicional al agregar 1, se transforma el número al siguiente orden a la izquierda, 10 o 100.	



Comente con sus colegas, ¿qué papel juegan los números amigables para facilitar la suma y la resta? Conversen sobre las actividades que han realizado con sus estudiantes para favorecer la comprensión y operación de la suma y resta.

Tome en cuenta

La suma y la resta se enseñan a partir de la *descomposición*, la cual permite reconocer que los números están hechos de partes que se pueden separar y, en consecuencia, operar sobre esas partes obteniendo el mismo resultado. Con el sistema de numeración decimal se propicia esta práctica, ya que se hace uso del conteo, el sobreconteo o la descomposición del número ($37 = 10 + 10 + 10 + 7$) que tiene que ver con acciones de agrupar, desagrupar, quitar, agregar que se trabajan cuando se construye la noción de número. Se presentan algunas estrategias para transformar y descomponer los números que permiten simplificar la suma y resta.

Estrategias de descomposición de los números para operar la suma y resta

**Completar decenas,
centenas, miles y más**

**Sumar en orden
los números (unidades,
decenas, centenas, más)**

**Redondear y compensar
(completar decenas o centenas
y sumar o restar unidades del
resultado final)**

Fuente: elaboración con base en Jiménez (2017).

Actividad d. De lo concreto a lo abstracto



Sin utilizar el algoritmo convencional ni el cálculo mental resuelva el siguiente problema. En su cuaderno elabore las representaciones en las que se apoye para obtener un resultado.

¿Cuántas unidades, decenas y centenas se requieren para transformar las 9 decenas en el número 334?

Valor/objeto	Cantidad inicial	Cantidad transformadora	Total
Unidad ●			● ● ● ●
Decena ■	■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■		■ ■ ■
Centena —			— — —

Analice ¿Cómo lo resolvió? Describa las acciones realizadas sin decir “sumé” o “resté”.

¿Logró resolver el problema sin transformar el valor dado en la cantidad inicial?

¿Qué conocimientos y habilidades puso en acción para realizar esta actividad?



Con base en la experiencia con sus estudiantes en el desarrollo de los problemas de suma y resta que se incluyen en los libros de texto gratuitos: *Matemáticas. Primer grado* (SEP, 2019a, p. 93, 115 y 170) y de Segundo grado (SEP, 2019b, p. 58 y 102), realice la siguiente actividad.

Marque donde corresponda las formas en que sus estudiantes resuelven estos problemas. Si ha identificado alguna otra, adiciónela.

Formas de resolver la suma y la resta	Marque con una x	
	1°	2°
1. Señala o marca las imágenes para sumar o restar los elementos.		
2. Requiere de objetos que pueda manipular para componer y descomponer las cantidades.		
3. Cuenta uno a uno los elementos en voz alta.		
4. Se apoya en los dedos de sus manos para hacer las operaciones.		
5. Realiza las operaciones con los números sin considerar las imágenes.		
6. Cuenta mentalmente uno a uno los números.		
7. Utiliza el sobreconteo para llegar al resultado.		



En colectivo compartan sus respuestas a la actividad anterior, reflexionen sobre la importancia de identificar la manera como resuelven sus estudiantes problemas de suma y resta. Identifiquen si estos procedimientos son informales o formales y cómo pueden proponer estrategias para que desarrollen procesos más sistemáticos.

Escriban sus conclusiones.

3. Problemas de suma y resta

Actividad a.

Problemas para reunir, agregar o quitar (de cambio y combinación)



Lea el siguiente problema, centre su atención en la acción que requiere realizar el estudiante para lograr su solución.

Beto pintó 17 latas mientras que Itzel pintó 22, ¿cuántas pintaron entre los dos?

Sin que los estudiantes conozcan el algoritmo convencional de la suma, pueden resolver el problema a través de operar con los números y reunir ambas cantidades empleando diversas estrategias como:

- Con material concreto (fichas, piedras, palitos) cuentan de uno en uno todos los objetos hasta llegar al resultado, o hacen un sobreconteo a partir del número mayor (el 22) y de ahí hasta juntar 17 objetos más y obtener el resultado final.
- Conocen y utilizan los números y, por ejemplo, a partir del 22 realizan un sobreconteo hasta llegar al resultado final.
- Conocen y operan con las dos cantidades y realizan un proceso en donde piensan: “17 y 22, primero junto el 7 y el 2 y son 9; luego junto el 10 con el 20 y son 30; finalmente uno ambos resultados”, y concluye que son 39.

Respecto de las tres estrategias anteriores, reflexione y escriba su opinión.

¿En cuál se emplea un procedimiento más elemental y en cuál el más complejo?

¿Qué actividades o situaciones propondría al estudiante que sigue empleando material concreto para que pueda operar sólo con números?

¿Por qué es importante que antes de trabajar el algoritmo de la suma los estudiantes sepan operar con números para resolver problemas matemáticos?

El problema anterior tiene una variación:

Ahora Beto e Itzel tienen 39 latas y Gloria les regala 13 más. ¿Cuántas latas tienen ahora Beto e Itzel?

Aquí hay una variable que genera un problema de **agregar**.

¿Qué estrategias considera usted que aplicarán sus estudiantes para resolver el problema?



Comparta sus reflexiones con otros docentes sobre los problemas de juntar o agregar. Intercambien ideas y enriquezcan su práctica.

El problema anterior vuelve a cambiar, resuélvalo.

Beto e Itzel tienen 52 latas y deciden regalar a Pepe 27 de ellas. ¿Con cuántas se quedaron?

El problema ahora consiste en **quitar** elementos a la colección, pero además el grado de dificultad es mayor, ya que en las unidades del minuendo hay un número menor que en las unidades del sustraendo.

Para resolver problemas de reunir, agregar y quitar antes de llegar al algoritmo convencional, hay una gran cantidad de estrategias. Por ejemplo, los estudiantes pueden emplear la descomposición de los números para operar con ellos y convertir el 2 en 12,

quitando una decena a 50, y entonces poder realizar la sustracción, recordando el estudiante que entonces no quedan 5 decenas sino 4, por lo que a 40 le quitarán 20, lo que les dará por resultado 25 latas que son las que les quedaron a Beto e Itzel.

Tome en cuenta

En este tipo de situaciones se ha observado que algunos estudiantes no logran llevar a cabo la relación adecuada entre los números 52 y 27. Los estudiantes pueden quitar 2 al 7 y 20 al 50, es decir que restan el número menor al mayor sin importar en dónde se encuentren en la operación, con esto resuelven el problema obteniendo 35 como resultado. Este es uno de los errores más frecuentes en este tipo de problemas matemáticos.

Este “error” se puede presentar en cualquiera de los tipos de problemas aditivos que se mencionan, ya que la dificultad de algunos niños de restar “a lo que se puede restar” tiene que ver más con la comprensión de las reglas del sistema numérico decimal, es decir, si no hay las suficientes unidades “sueltas” para quitar o dar las que se requieren, se debe desagrupar una decena.

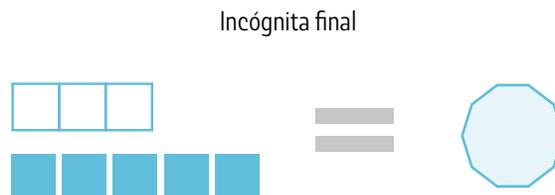
Actividad b.

Analizar la estructura de los problemas de suma y resta



Lea el siguiente texto sobre las diferentes estructuras de los problemas de suma y resta.

Para los problemas de juntar o agregar el esquema: **Parte – Parte – Todo**, representa que se tienen dos partes o elementos que al juntarse forman un todo, o también cuando se tiene una parte a la que se le agrega otra y se obtiene un total. Por ejemplo, la representación del problema de suma: Beto tiene 3 latas e Itzel tiene 5 latas, ¿Cuántas latas tienen en total?



Fuente: elaboración propia.

Continúa >

Los problemas de composición responden a la estructura planteada en la siguiente figura. En éstos hay una cantidad inicial a la que se **junta**, **agrega** o **quita** otra y se produce un cambio que da un resultado final.

Esquema para desarrollar operaciones de suma y resta



Fuente: elaboración propia con base en Fernández (2015) e INFoD (2017).

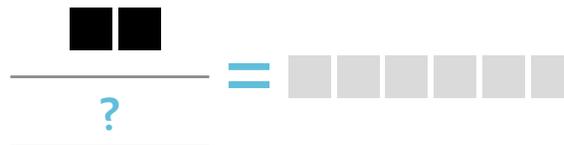
En los problemas de estructura comparativa se presentan dos números y se explica su relación, la pregunta se centra en buscar la incógnita que corresponde a un tercer número que responde a la relación de los dos números. Ejemplo: Valente tiene 17 años, su hermano Abel tiene 6 años menos. ¿Cuántos años tiene Abel?



Fuente: elaboración propia.

Hay otra estructura más compleja en cuya resolución existe la posibilidad de sumar o restar. Se presenta cuando en el problema se tiene una de las partes y el todo, por lo que habrá que indagar o encontrar la parte faltante.

Incógnita en la operación



Fuente: elaboración propia.

Identifique y escriba las diferencias entre las estructuras de los problemas matemáticos presentados en el recuadro anterior. ¿Cómo puede hacer uso de estas estructuras para el diseño de situaciones matemáticas?

Actividad c.

Problemas para comparar



Con base en los ejercicios realizados en las actividades 1 y 2, analice con sus colegas la siguiente situación:

El docente ha organizado al grupo en parejas y les ha planteado el siguiente problema: Jorge y Rebeca están jugando a encestar balones en una canasta de basquetbol. Si Jorge encestró 13 canastas y Rebeca 16, ¿cuántas canastas más encestró Rebeca que Jorge?

Conversen sobre sus respuestas a las siguientes preguntas.

¿Qué estrategia consideran que es la que más emplean los estudiantes de primero y segundo grados de primaria para resolver este tipo de problemas?

¿Cuáles son los “errores” más frecuentes que se producen al buscar la estrategia adecuada para resolver el problema?

¿Cuál es el propósito de organizar al grupo en parejas?

¿Por qué es importante que antes de trabajar el algoritmo convencional de cualquier operación, los estudiantes comprendan la relación entre los datos de un problema?

Con otro docente, reformule el siguiente problema para que sea de comparación: don Manuel vendió una canasta que le costó \$100 y ganó \$50 ¿En cuánto vendió la canasta?

Actividad d. Otros problemas



Analice el diálogo de estos dos estudiantes, quienes trabajaron en pareja para resolver el problema con apoyo de 11 fichas que pudieron manipular para hacer las operaciones.

En su cumpleaños a Roberto le regalaron 2 gorras: ahora tiene 11 gorras en su colección, ¿cuántas gorras tenía antes de su cumpleaños?

Estudiante a. Le regalaron 2 gorras y ahora tiene 11, tiene más.

Estudiante b. Contemos 11 y 2, son 13. Pero ya no alcanzan las fichas.

Estudiante a. Entonces son menos, 11 son todas.

Estudiante b. Son 11 y le regalaron 2, pero no es más 2, ¿es menos 2?

Estudiante a. Pero le regalaron, no le quitaron.

Estudiante b. Sí le regalaron 2 gorras nuevas en su cumpleaños y ahora tiene 11.

Estudiante a. ¡Ahhh! Son las gorras que tenía antes de su cumpleaños, son 11 gorras en total, le quitamos 2 nuevas, contemos las que quedan.

Estudiante b. Son 9 gorras.

¿En qué parte del diálogo los estudiantes tuvieron argumentos diferentes sobre el proceso que tenían que realizar?

¿Cuál fue el aspecto que detonó la revisión de las estrategias y/o procedimientos de los estudiantes, es decir, en qué se detuvieron y qué reformularon para obtener la respuesta?

¿Qué permitió que los dos estudiantes acordaran la estrategia a utilizar?

Tome en cuenta

Al trabajar con problemas de suma y de resta es necesario dar oportunidad a que entre los estudiantes conversen sobre lo que están realizando. Es importante que pongan de manifiesto el cambio ocurrido a partir de las operaciones que realicen. Asimismo, motive a sus estudiantes para que sean capaces de explicar:

Lo que se tenía al inicio... ¿Qué relación se tiene entre las cantidades?

Lo que ocurrió... ¿Qué cambió?

Lo que se tiene después de agregar o quitar... ¿Por qué se realizó determinada operación?

Cuando los estudiantes verbalizan lo que hicieron, validan el aprendizaje que están construyendo: de ser necesario, acompañelos para precisar ciertos conocimientos y habilidades.

Actividad e. ¿Por qué el algoritmo?



El aprendizaje esperado definido en *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio de educación primaria* (SEP, 2017) refiere a que al final de este ciclo los estudiantes deben usar el algoritmo convencional para operar la suma y la resta. Con base en su experiencia responda lo siguiente.

¿Qué beneficios tiene que sus estudiantes dominen el algoritmo?

¿Qué dificultades ha encontrado al enseñar el algoritmo?



Converse con otro docente sobre lo que reconocen acerca del algoritmo de la suma y la resta. ¿Es suficiente obtener un resultado final o lo que importa es el desarrollo del proceso implicado en estas operaciones? Anote algunas ideas derivadas de esta conversación sobre cómo podría favorecer que sus estudiantes aprendan el algoritmo convencional para la suma y la resta.

4. Organicemos la clase de matemáticas

Actividad a.

Manos a la obra

La actividad por desarrollar en este apartado es el diseño de un problema. Para ello, elija el aprendizaje esperado que corresponda al grado escolar que atiende. Recupere lo abordado en los momentos II y III de esta situación de aprendizaje.

Puede revisar nuevamente la figura 1.2 Características de un buen problema matemático (Situación de aprendizaje I. “Aprender resolviendo”). Le sugerimos que se apoye en las siguientes preguntas: ¿Cómo planea diseñar el problema, a partir de un juego, un contexto imaginario, uno matemático, algún tema relacionado con su comunidad o el lugar en el que trabaja? ¿Cómo organizará al grupo? ¿Qué respuestas espera de los estudiantes al intentar resolver el problema?

Contenido a abordar

Eje: número, álgebra y variación.

Tema: adición y sustracción.

Aprendizaje esperado:

Planteamiento del problema:



Comparta con otro docente su planteamiento del problema. Comenten sobre elementos que podría tener en cuenta para mejorarlo. Si a partir de las recomendaciones recibidas usted considera que debe hacer algunos ajustes a su planteamiento inicial, considérelo y comparta enseguida la versión ajustada del problema.

5. Cierre

Actividad a.

Recapitulando

En esta situación de aprendizaje se...

- retomaron las características del sistema de numeración decimal que permite establecer las bases para realizar operaciones de suma y resta y las relaciones entre los números que permiten comparar y desarrollar el sentido numérico en el estudiante;
- planteó la forma de trabajar los procesos para resolver diferentes tipos de problemas que implican sumar y restar a fin de avanzar hacia el uso convencional del algoritmo por niñas y niños.

A partir de lo trabajado en esta situación de aprendizaje recupere las dos ideas que le han sido más significativas.

Actividad b.

Autoevaluación

Al tener la responsabilidad de enseñar las operaciones de suma y resta, así como la transformación de los números a partir del sistema de numeración decimal, es importante tomar un tiempo para reconocer lo que practica y enseña a sus estudiantes al respecto.

- ¿Qué contenido de esta situación le ayuda a modificar sus estrategias de enseñanza?
- ¿Qué aprendizaje fortaleció con el desarrollo de las actividades?
- ¿En qué contenidos considera que debe profundizar?



Para profundizar en el tema

- Tesis que se propone establecer y evaluar el conocimiento matemático fundamental de estudiantes de la licenciatura en Educación Primaria antes de que cursen las asignaturas de Matemáticas y su enseñanza. Podrá encontrar ideas o preconceptos que se vienen 'cargando' desde la educación primaria y cómo es que permanecen hasta el nivel superior. Castro, Á. (2016). *Conocimiento matemático fundamental para el Grado de Educación Primaria: perfiles de conocimiento conceptual aditivo*, [tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona]. <<https://www.tesisenred.net/bitstream/handle/10803/400645/aciilde1.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>.
- Sobre matemáticas en escuelas multigrado: Block, D. F., Ramírez, M. y Reséndiz, L. (s/a). *Tejer currículo: la planeación de la clase de matemáticas en una escuela multigrado*. XII Congreso Nacional de Investigación Educativa, Departamento de Investigaciones Educativas del Cinvestav IPN. <<http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v12/doc/0967.pdf>>.
- Acerca de niños migrantes: *Matemáticas, educación y niños migrantes*. Programa de la serie Ser maestro. Historias de la identidad profesional, UPN. Entrevista a la maestra Diana Violeta, conduce el maestro Marco Esteban Mendoza Rodríguez. <<https://www.youtube.com/watch?v=pTjIhpvc6n8&t=2595s>>.

Situación III

El cálculo mental y la multiplicación: un camino más fácil

Propósitos

- Analizar estrategias de cálculo mental que permiten facilitar los procesos de resolución de problemas de suma, resta y multiplicación de los estudiantes.
- Revisar las distintas estructuras de la multiplicación para el diseño de problemas y situaciones matemáticas.



Agenda

Momentos	Actividades	Tiempo
1. Agilizar el pensamiento: estrategias de cálculo mental	a. ¿Cómo calculan mentalmente las y los estudiantes?	1 hora
	b. Cálculo mental en 10 minutos	15 minutos
	c. Juguemos con el cálculo	
2. Estructuras multiplicativas	a. Los dulces de Arturo	45 minutos
	b. Mariana y Miguel	
3. La multiplicación	a. La multiplicación es...	1 hora 15 minutos
	b. Complejizando	
	c. Seriaciones o tablas de multiplicar, encontrando patrones	
	d. Sugerencias para trabajar con los estudiantes	
4. Organicemos la clase de matemáticas	a. Manos a la obra	30 minutos
5. Cierre	a. Recapitulando	15 minutos
	b. Autoevaluación	
Para profundizar en el tema		

1. Agilizar el pensamiento: estrategias de cálculo mental

Actividad a.

¿Cómo calculan mentalmente las y los estudiantes?



Con base en su experiencia, señale al menos una estrategia de cálculo mental en cada operación de suma, resta y multiplicación, y un ejemplo sobre cómo ha identificado que la utilizan niñas y niños.

Operación	Estrategias	Ejemplo de utilización
1. Suma		
2. Resta		
3. Multiplicación		

Lea el siguiente texto.

El cálculo mental permite a los estudiantes desarrollar la atención, la concentración y la memoria, así como familiarizarse con los números para manipularlos y representarlos mentalmente de diferentes maneras. En el cálculo mental el estudiante debe identificar la información, los algoritmos necesarios y resultados parciales en su memoria y así cambiar el cálculo de un ejercicio determinado por otro equivalente, pero de menor complejidad (Formoso, Injoque-Ricle, Jacobovich, y Barreyro, 2017).

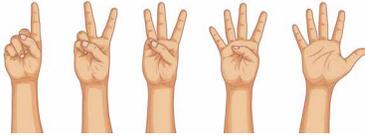
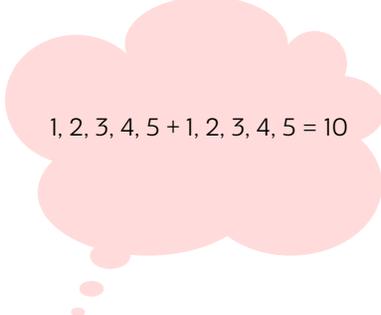
Para abordar el desarrollo del cálculo mental, y dependiendo del grado que atienda, se propone la utilización de operaciones simples:

- Dos sumandos que sumen 10: $7 + 3$; $6 + 4$; $5 + 5$
- Diez menos un dígito: $10 - 5 = 5$; $10 - 8 = 2$; $10 - 4 = 6$
- Sumar decenas más unidades: $10 + 10 + 2 = 22$; $10 + 10 + 7 = 27$
- Restar decenas menos unidades: 4 decenas menos 2 unidades es igual a 38; 5 decenas menos 5 unidades es igual a 45.

Otra estrategia útil para el cálculo mental es el uso de los números amigables, que, como se comentó en la situación de aprendizaje II, son números que permiten que se formen cierto tipo de números redondos enteros que terminan en uno o más ceros. Es decir, un múltiplo de cualquier potencia de 10, aunque también se designan a algunos múltiplos de 5 como redondos, es decir, los múltiplos del 5 son más amigables, porque devuelven dos posibles unidades: el 0 y el 5. En la tabla se presentan algunas estrategias que niñas y niños utilizan para el cálculo mental.

Continúa >

Estrategias para el cálculo mental

Estrategias para el cálculo mental	Representación
Contar de uno en uno con los dedos.	$1, 2, 3, 4, 5 + 1, 2, 3, 4, 5 = 10$ 
Contar de uno en uno con la mente.	$1, 2, 3, 4, 5 + 1, 2, 3, 4, 5 = 10$ 
Reducción para operar con decenas y unidades por separado.	$30 - 5 = (10 + 10 + 10) - 5 = 25$
Reducción a unidades, asimilando decenas a unidades.	$150 + 20 = (15 + 2) \times 10 = 170$
Uso de un algoritmo vertical.	$\begin{array}{r} 20 \\ + 10 \\ \hline 30 \end{array}$
Uso de resultados memorizados.	Siete por tres es igual a 21

Fuente: elaboración con base en Gálvez *et al.* (2011).



Con otro docente, comparta los resultados del primer ejercicio y con base en lo planteado en el texto, dialoguen sobre las semejanzas y diferencias.

Tome en cuenta

Recuerde que para los estudiantes que inician el aprendizaje de las operaciones de suma y resta, es fundamental que primero trabajen con los números en función de su valor y practiquen su composición y descomposición. Es recomendable realizar estas actividades con objetos manipulables e ir aumentando la complejidad para favorecer el cálculo mental al trabajar con cifras mayores. Tenga presente que es muy importante operar la suma y la resta con sentido para quien utiliza estas operaciones.

Actividad b. **Cálculo mental en 10 minutos**



Lea y analice la siguiente situación en la que un docente sigue cuatro pasos para trabajar el cálculo mental con sus estudiantes en tan sólo 10 o 15 minutos diarios.

El maestro Ramón trabaja en una escuela multigrado con estudiantes de primero y segundo de primaria. Los estudiantes no dominan aún el lenguaje escrito y por lo tanto es difícil que lean y comprendan los problemas matemáticos. Por lo anterior el docente decide aplicar la siguiente estrategia a lo largo del ciclo escolar.

En un primer momento, y durante algunas semanas, el maestro menciona propuestas de cálculo mental y solicita a los estudiantes que repitan lo que él dijo. No les solicita que calculen, sino que se limiten a repetir con la finalidad de que se vayan familiarizando con el lenguaje oral de las operaciones. Va seleccionando cada día a diferentes estudiantes para que repitan los cálculos entre los primeros diez números y va incrementando el grado de dificultad hasta llegar a un rango de 0 a 100.

Posteriormente, el docente propone trabajar durante un tiempo una operación de suma o resta y los estudiantes deben buscar una forma diferente de decir esa operación al buscar las relaciones entre los números. Inicia trabajando con operaciones para complementar el 10 hasta llegar al 100. Por ejemplo, para sumar $29 + 13$ los estudiantes buscan formas de descomponer los números y mencionan: $20 + 10 + 9 + 3$, otro dice, $30 + 9 + 3$, uno más propone $30 + 12$. Todavía no se expresa el resultado.

Una vez que el docente identifica que niñas y niños se van apropiando de la modificación de las operaciones a partir de los procedimientos que proponen, el maestro Ramón va cediendo la clase a sus estudiantes y poco a poco comienzan a identificar, sin que él se las mencione, las propiedades de las operaciones. El docente propone una operación y los estudiantes pueden proponer otra, ya sea que dé el mismo resultado o una nueva operación con un resultado diferente. Por ejemplo: $47 + 38$, las respuestas de los alumnos son: $(40 + 30) + (7 + 8)$; o una propuesta con diferentes resultados como $55 - 15 = (50 - 10) + (5 - 5)$.

Continúa >

En las restas, por ejemplo $44 - 29 = (14 - 9)$ y $(30 - 20)$, entre otras formas. Tratándose de multiplicaciones con los estudiantes de segundo grado, por ejemplo, $27 \times 6 = (20 \times 6) + (7 \times 6)$. Así es como el maestro Ramón trabaja los procesos de razonamiento y lógica-matemática durante 10 minutos todos los días, a través de diferentes indicaciones.



En parejas reflexionen sobre lo siguiente.

En el relato sobre el maestro Ramón, ¿qué actividades les resultan interesantes o les brindan una perspectiva diferente para trabajar el cálculo mental con sus estudiantes de primero y segundo grados?

¿Qué dificultades identifican en su práctica para trabajar el cálculo mental? ¿Por qué?

¿Consideran que el maestro Ramón logra desarrollar en niñas y niños sus habilidades y pensamiento matemático a partir de la estrategia que utiliza? Explique.

¿Han desarrollado actividades para trabajar el cálculo mental con sus estudiantes? ¿Qué hicieron? ¿Cómo organizaron al grupo? ¿Qué dificultades enfrentaron?

¿Qué modificaciones harían en la forma que han trabajado el cálculo mental con sus estudiantes?
¿Cómo las pondrían en práctica?

Tome en cuenta

La propuesta de trabajo con el cálculo mental debe evolucionar para irse haciendo más compleja con el tiempo. Su expresión inicial es principalmente oral, pero debe llevarse a la escritura. Permite la conceptualización de números y de sus relaciones para continuar con las operaciones aritméticas, por lo cual se deberá considerar lo siguiente.

El docente

1. Propone a sus estudiantes operaciones de forma oral.
2. Pregunta a los estudiantes sobre el proceso de cálculo que siguieron, sin importar, en ese momento, que la respuesta sea correcta o errada.
3. Indaga sobre las formas empleadas por los estudiantes y propicia que las socialicen con sus compañeros.

Los estudiantes

1. Escuchan, memorizan y realizan mentalmente la operación con base en las instrucciones del docente.
2. Serán capaces de describir la sucesión de cálculo empleada y estar atentos a identificar los errores cometidos a partir de la retroalimentación de sus compañeros y del docente.

Esta propuesta puede complejizarse al solicitar a las y los estudiantes que busquen equivalencias en operaciones que den como resultado un número determinado; empleen otro tipo de cálculo como la suma, la resta o la multiplicación; o que sean ellos quienes coordinen la realización del ejercicio.

Actividad c.

Juguemos con el cálculo

Busque y adapte un juego o diseñelo usted mismo con el objetivo de fomentar en sus estudiantes el uso del cálculo mental en la resolución de sumas, restas y multiplicaciones de hasta dos dígitos.

Por ejemplo, puede adaptar alguno de los siguientes:

- utilizar el juego de dominó. Si sus estudiantes no lo conocen aproveche la oportunidad para introducirlo, al tiempo que aprenden sobre el cálculo mental. Además, es muy sencillo elaborar un dominó (con cartón, tijeras y colores o marcadores). Pida a sus estudiantes que en lugar de decir el número total que deben “tirar” en su turno (que podría ser, por ejemplo, en un extremo 6 y en el otro 4), enuncien una operación que dé como resultado el número esperado, es decir utilizará un $3 + 1$ o $2 + 2$ y del otro lado 2×3 o $10 - 4$;
- otra forma de trabajarlo sería construir un juego parecido al dominó, en el que se cambien los puntos por operaciones sencillas de suma, resta y multiplicación. El estudiante tendría que poner, por ejemplo, una carta que sea el resultado de 3×4 o de $7 - 2$;
- podría usar un juego tipo memorama en el que se deban emparejar cartas que tengan las operaciones con las cartas que indiquen el resultado, por ejemplo, en una carta tendría 3×8 y en la otra 24.

Describa su juego en el siguiente espacio.

2. Estructuras multiplicativas

Actividad a.

Los dulces de Arturo



Resuelva el siguiente problema sin utilizar el algoritmo convencional y explique cómo llegó al resultado. Puede realizar sus ejercicios en el cuaderno de trabajo

Arturo tiene 4 cajas de dulces, cada caja tiene 8 dulces ¿Cuántos dulces tiene Arturo?



Una vez solucionado el problema, comente con otro docente qué estrategia utilizó para resolverlo sin hacer uso del algoritmo. Describa su estrategia en el espacio a continuación.

En el problema anterior la multiplicación es vista como sinónimo de adición repetida: si Arturo tiene cuatro cajas y cada caja tiene 8 dulces, entonces la respuesta es igual a $8 + 8 + 8 + 8 = 32$, o lo que es lo mismo $8 \times 4 = 32$. Esta es la idea de la multiplicación como suma repetida. Así mismo, este problema puede ser resuelto a través de una tabla de proporcionalidad como la que se incluye a continuación para completar:

Número de cajas	Número de dulces por caja
1	8
2	
3	
4	

¿Qué relación tiene esta tabla de proporcionalidad con las tablas de multiplicación?



En parejas diseñen un problema con este tipo de estructura multiplicativa utilizando las tablas de proporcionalidad como auxiliar e incorporando alguna variación didáctica.

Analicen las siguientes preguntas y compartan su opinión con otros colegas.

¿Cómo pueden cambiar las condiciones del problema para que represente un reto diferente a sus estudiantes? ¿Qué desafío enfrentarían? ¿Las adaptaciones necesarias se realizan en los materiales o en las instrucciones para diferentes interacciones entre los estudiantes y el tema?

Actividad b.

Mariana y Miguel



Resuelva el siguiente problema sin utilizar el algoritmo convencional y explique la estrategia que utilizó para llegar al resultado, enfatizando el papel que juega cada uno de los números en la operación. Mariana tiene tres veces el número de lápices que tiene Miguel, ¿cuántos lápices tiene Mariana si Miguel tiene 5?

Frente al grupo presenten la estrategia que empleó cada uno para resolver el problema e identifiquen cuál es la manera más fácil de resolverlo. Anote las ideas principales.

Busquen en el Libro de texto gratuito *Matemáticas. Segundo grado* (SEP, 2019b) un problema que tenga una estructura similar a la planteada. Analicen y reflexionen ¿Cómo plantearían el problema?, ¿qué características tiene?, ¿cuáles son los roles del estudiante y del profesor?, ¿cómo se sugiere organizar al grupo (de forma individual, por pareja o en grupos)?

¿Qué respuestas se pueden esperar de los estudiantes al intentar resolver el problema?

3. La multiplicación

Actividad a. La multiplicación es...



Revise las conceptualizaciones sobre la multiplicación en el libro de texto gratuito *Matemáticas. Segundo grado* (SEP, 2019), el libro para el maestro *Matemáticas. Segundo grado* (SEP, 2018) y en el Plan y programas de estudio para la educación básica *Aprendizajes clave para la educación integral* (SEP, 2017).

Anote los principales conceptos identificados para no perderlos de vista.

Tome en cuenta

Que la multiplicación en segundo grado puede ser entendida como:

- una abreviación de la suma repetida (Soto, 2011) de un mismo número varias veces: $4 \times 4 = 16$, donde $4 + 4 + 4 + 4 = 16$;
- el valor de la medida equivalente al valor de la unidad, donde el producto es la suma repetida de la cantidad que corresponde a la unidad (Isoda y Olfos, 2009), es decir $5 \times 4 = 20$;
- un arreglo rectangular donde se trabajan de manera desagrupada los números que se multiplican.

Actividad b. Complejizando



Con base en su experiencia y en lo abordado en las actividades a y b del momento 2, redacte un problema en el que se complejicen las variaciones didácticas para desarrollarlo con sus estudiantes.



A partir de lo anterior, analice con sus colegas ¿cuáles son los obstáculos que enfrentarían sus estudiantes para resolver el problema diseñado y de qué manera podrían solventarlos? Anote sus conclusiones.

Actividad c. Seriaciones o tablas de multiplicar, encontrando patrones



En equipos analicen e identifiquen los patrones que se pueden encontrar en cada una de las series numéricas de las tablas de multiplicar que se muestran en la tabla 3.2.

Recuerde que en matemáticas hay patrones que no son necesariamente obvios.

Tabla 3.2 Seriación de números

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

¿Qué patrones identificaron?

¿Qué procedimientos usaron para encontrarlos?

En plenaria, comenten ¿Encontraron patrones diferentes? ¿Cuáles?

Tome en cuenta

Que las series de 2 en 2, 3 en 3, 4 en 4...

- pueden ser entendidas como una herramienta de cálculo que se utiliza a fin de resolver determinadas situaciones o problemas que para su resolución requieren una multiplicación;
- permiten hacer más eficiente el uso del tiempo y se obtiene un mejor desempeño (Isoda y Olfos, 2009);
- son herramientas auxiliares para desarrollar el concepto de multiplicación en los estudiantes;
- propician que los estudiantes desarrollen la comprensión, memorización y establecimiento de relaciones, patrones y regularidades;
- las puede comenzar a trabajar con los niños de primer grado a partir de ejercicios de cálculo mental, sin llamarles formalmente series numéricas.

Actividad d.

Sugerencias para trabajar con sus estudiantes



Lea las siguientes propuestas didácticas que puede utilizar con sus estudiantes cuando trabaje el tema de multiplicación.

1. ¿Qué similitudes hay?

Se solicita a niñas y niños que realicen las actividades con la tabla 3.2 o el cuadro de multiplicaciones del libro de texto gratuito *Matemáticas. Segundo grado*, (SEP, 2019b, pp. 180- 188). Pídales que observen los números para que identifiquen similitudes y diferencias y expliquen lo que ven y lo que encontraron, así como el procedimiento utilizado.

2. Representar con dibujos

Algunas de las formas que se utilizan en la enseñanza de series pueden ser: encontrar productos, construir tablas, representar con dibujos, responder a problemas y construir problemas. Asimismo, se usan las colecciones de círculos, monedas, tarjetas o naipes e incluso las representaciones gráficas de todos los resultados de las multiplicaciones.

Para esta actividad solicite a sus estudiantes que tengan a la mano materiales manipulables, como fichas o monedas, y que vayan haciendo agrupaciones de cuatro en cuatro como se muestra en la siguiente imagen, hasta construir la tabla completa del cuatro.

Continúa >

Ejemplo con colecciones de monedas



Fuente: elaboración propia.

3. Tablas de proporcionalidad

Se pueden realizar ejercicios que permitan un acercamiento a la multiplicación como una adición repetida o como una relación de proporción. Para ello se pueden usar tablas de proporcionalidad, dejando en blanco o cubriendo algunos de los resultados para llevar al estudiante a inferirlos. Por ejemplo, Paty está preparando bolsas con galletas para regalar. En cada bolsa quiere poner 3 galletas. ¿Cuántas galletas necesitará para las 7 bolsas?.

Bolsas	Galletas
1	3
2	6
3	
4	12
5	
6	18
7	



Converse con sus colegas sobre si han desarrollado algunas de las estrategias revisadas; si no es el caso, sobre cómo lo harían con sus estudiantes. Es importante que analicen el aprendizaje que pueden alcanzar. Anote a continuación algunas de las ideas principales que se planteen.

Tome en cuenta

Algunos de los principales “errores” que cometen las y los estudiantes al resolver problemas y situaciones matemáticas que implican la multiplicación, son:

- **Suma iterada inadecuada.** Este error se muestra cuando el estudiante no establece una relación aditiva entre cantidades que se repiten para resolver un problema. Por ejemplo: en el caso de 3 cajas con 9 bombones cada una, repite y suma el tres nueve veces, lo que es erróneo porque no son 9 cajas con 3 bombones. Otro ejemplo sería cuando repite y suma el 3 tres veces y el 9 nueve veces, por lo que no reconoce cuál de las cantidades se debe repetir y sumar.
- **Error de lenguaje.** Este error se asocia a la expresión oral y escrita que permite identificar la resolución del problema con la operación de multiplicación y su interpretación. En estas situaciones los términos “cada”, “cada uno”, “a cada uno”, “para cada uno”, etcétera, tienen un sentido que no ha quedado lo suficientemente claro para los estudiantes.
- **Confunde una relación multiplicativa con una relación aditiva o sustractiva.** Esto sucede cuando el niño no está comprendiendo y razonando la relación que se establece entre los datos del problema y suma o resta las cantidades en lugar de llevar a cabo un proceso multiplicativo. En el ejemplo anterior sumaría $3 + 9 = 12$, o restaría $9 - 3 = 6$.

4. Organicemos la clase de matemáticas

Actividad a.

Manos a la obra



Tomando como ejemplo el problema de los lápices de Mariana y Miguel (actividad b. Mariana y Miguel del momento 2), planee qué variaciones didácticas introducirá al problema para modificar su dificultad o el tipo de estructura multiplicativa. Algunas preguntas que pueden apoyarle para realizarlo son:

¿Qué estructura multiplicativa va a trabajar?

¿Qué variaciones se pueden poner en juego en un problema de este tipo?

¿Cuál será el rol de los estudiantes y del docente en la resolución de estos problemas?

¿Cuáles son los obstáculos que probablemente tendrán los estudiantes al trabajar el problema?

Contenido a abordar	Eje: número, álgebra y variación. Tema: multiplicación Aprendizaje esperado: resuelve problemas de multiplicación con números naturales menores que 10.
Planteamiento del problema	María tiene dos veces más hermanas que José; si José tiene 3 hermanas ¿cuántas hermanas tiene María?
Variaciones didácticas	

Tome en cuenta

Respecto de la multiplicación, en el libro de texto gratuito de *Matemáticas. Segundo grado* (SEP, 2019b) se plantea que...

- se introduce la multiplicación para representar la suma de dos o más sumandos iguales;
- se utilizan objetos concretos y/o arreglos rectangulares;
- se ejercitan sucesiones numéricas múltiples;
- se utiliza el cuadro de multiplicaciones para observar regularidades;
- no se requiere en este grado la memorización de las tablas de multiplicar, ni el algoritmo convencional.

5. Cierre

Actividad a. Recapitulando



En esta sesión se ha realizado un recorrido por las nociones del cálculo mental y su empleo para la resolución de operaciones de suma, resta y multiplicación. Se abordó cómo trabajar esta última para concluir con estrategias que permitan concebir series de números que llevarán a su conceptualización.

No olvide...

- implementar actividades que desarrollen el cálculo mental en la resolución de sumas, restas y multiplicaciones;
- diseñar situaciones matemáticas que pueden resolverse de formas distintas con la finalidad de desarrollar el pensamiento matemático;
- trabajar las series de números de manera continua;
- considerar al ensayo y el error como una posible forma de resolver los problemas planteados;
- trabajar de manera intercalada con operaciones de suma, resta y multiplicación para que el estudiante ejercite su uso.

Actividad b. Autoevaluación

Se le invita a realizar un ejercicio de valoración sobre su proceso de aprendizaje. A partir de las siguientes preguntas, anote algunas de las principales ideas y aprendizajes, así como áreas de oportunidad para continuar aprendiendo.

¿De qué manera alcancé los propósitos planteados en esta situación de aprendizaje?

¿Qué nuevo aprendizaje adquirí?

¿Qué dudas tengo y qué haré para resolverlas?



Para profundizar en el tema

Aquí encontrará algunos videos y textos que podrían servirle para ampliar los contenidos revisados y en el diseño de sus actividades.

- Para profundizar en el tema del cálculo mental le invitamos a consultar el siguiente material: Educando TV (2017). *Primaria 1º y 2º clase: 96. Tema: Cálculo mental para resolver operaciones de suma y resta.* <<https://www.youtube.com/watch?v=sbnFOpiiKIAZ>>.
- Para más ejemplos puede consultar las Orientaciones didácticas que propone el Plan y programas de estudio 2017, disponible en <<https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/index-Descargas.html>>.
- Broitman, C. (2008). *La enseñanza del cálculo en primer año.* <<https://es.slideshare.net/AnaVeronicaJohansen/broitman-la-enseanza-del-clculo-en-primer-ao>>.
- Para abonar a la sección, se sugiere consultar el estudio realizado en una escuela rural que, si bien se realizó con estudiantes de secundaria, explora el cálculo mental natural que practican los estudiantes en situaciones de compraventa, de uso de dinero. La referencia es Barrera, F., Reyes, A. y Mendoza, J. (2018). Estrategias de cálculo mental para sumas y restas desarrolladas por estudiantes de secundaria. *Revista Educación Matemática* 30(3),122-150. <<http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v30n3/1665-5826-ed-30-03-122.pdf>>.

Situación IV

Medidas por doquier

Propósito

- Reconocer los procesos de construcción de las nociones de medida y de magnitud para generar problemas y situaciones matemáticas a desarrollar con las y los estudiantes.



Agenda

Momentos	Actividades	Tiempo
1. La medida para hacer la vida más fácil	a. Medidas hasta en el café	1 hora
	b. ¿Qué conozco de mis estudiantes?	
2. Grandes retos para los más chicos	a. ¿Esclavos del tiempo?	1 hora
	b. Longitud, capacidad y ¿peso?	
	c. A ponerse la camiseta	30 minutos
	d. Detalles que hacen la diferencia	
3. El final sólo es un comienzo	a. Organicemos la clase de matemáticas	1 hora 30 minutos
	b. Autoevaluación	
Para profundizar en el tema		

1. La medida para hacer la vida más fácil

Actividad a.

Medidas hasta en el café

Para comenzar, de manera individual, disfrute el inicio del libro *El coronel no tiene quien le escriba*.

El coronel destapó el tarro del café y comprobó que no había más de una cucharadita. Retiró la olla del fogón, vertió la mitad del agua en el piso de tierra, y con un cuchillo raspó el interior del tarro sobre la olla hasta cuando se desprendieron las últimas raspaduras del polvo de café revueltas con óxido de lata.

Mientras esperaba a que hirviera la infusión, sentado junto a la hornilla de barro cocido en una actitud de confiada e inocente expectativa, el coronel experimentó la sensación de que nacían hongos y lirios venenosos en sus tripas. Era octubre. Una mañana difícil de sortear, aun para un hombre como él que había sobrevivido a tantas mañanas como ésta. Durante cincuenta y seis años —desde cuando terminó la última guerra civil— el coronel no había hecho nada distinto de esperar. Octubre era una de las pocas cosas que llegaban.

Su esposa levantó el mosquitero cuando lo vio entrar al dormitorio con el café. Esa noche había sufrido una crisis de asma y ahora atravesaba por un estado de sopor. Pero se incorporó para recibir la taza.

—Y tú —dijo.

—Ya tomé —mintió el coronel—. Todavía quedaba una cucharada grande.

En ese momento empezaron los dobles. El coronel se había olvidado del entierro. Mientras su esposa tomaba el café, descolgó la hamaca en un extremo y la enrolló en el otro, detrás de la puerta. La mujer pensó en el muerto.

—Nació en 1922 —dijo—. Exactamente un mes después de nuestro hijo. El siete de abril.

GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ, (1961).

Acompañar el inicio de esta situación de aprendizaje con García Márquez y el café del coronel tiene la intención de mostrar la naturalidad con la que las nociones de medida inundan el cotidiano de la vida de las personas. Desde una cucharadita de café para media olla de agua, hasta la fecha de nacimiento de un hijo, así de habitual es el uso de las medidas.

Es fundamental que desde la escuela se desarrollen los conocimientos sobre las magnitudes y medidas. No es casualidad que se falle en la talla de una camisa, o que al repartir un pastel las rebanadas sean de distinto tamaño o, peor aún, no alcancen para todos.



¿Tiene presente lo indispensable que es medir? Escriba al menos 10 usos de la medida en su vida cotidiana. Si es necesario, realice un recorrido por el lugar en el que se encuentra, es probable que se sorprenda de todo lo que sería útil medir y que se dé cuenta que tiene a su alcance varios instrumentos que le permiten tomar medidas.



Comparta con sus colegas, las notas que tomó sobre los usos de las medidas en su vida cotidiana. Es probable que coincidan en algunos, pero también que identifique otros más. Propongan una actividad que podrían trabajar con sus estudiantes para que aprecien lo importante que es medir en su vida cotidiana. Anótela enseguida.

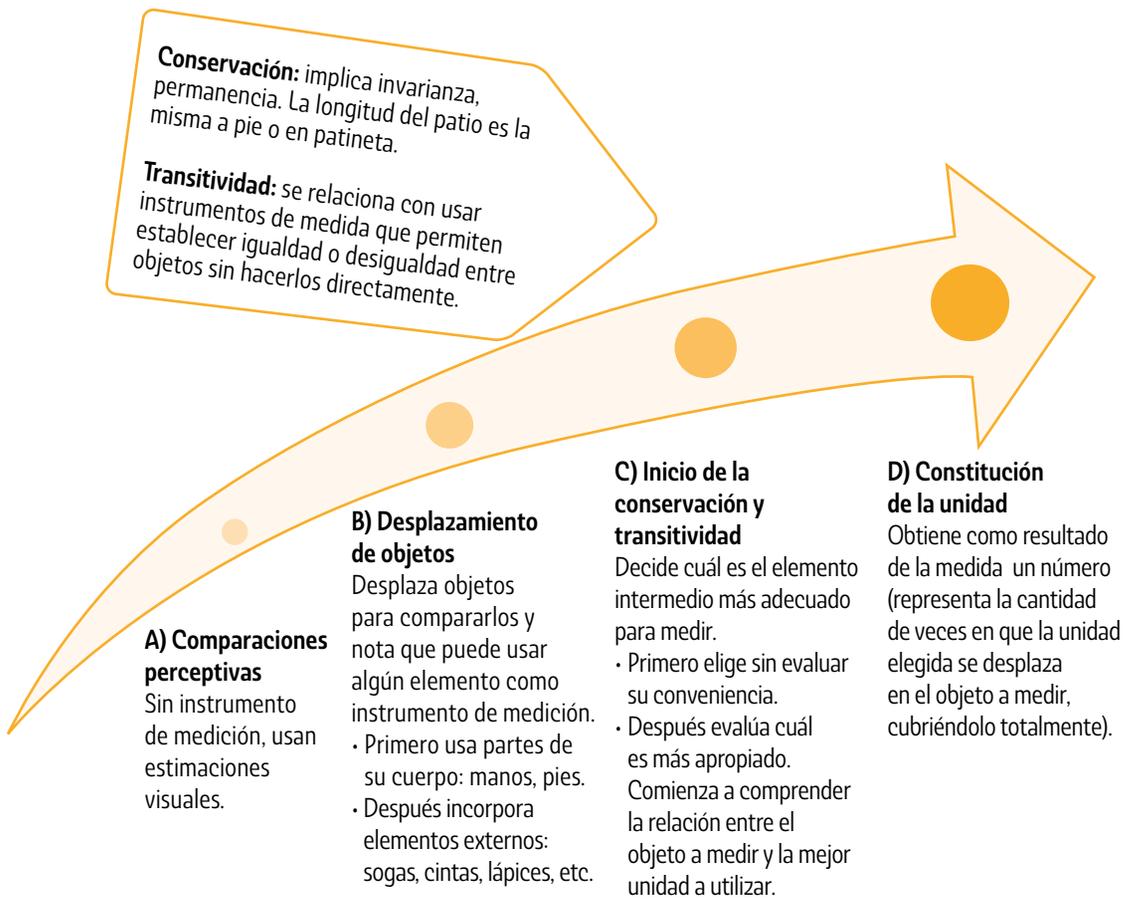
Actividad b.

¿Qué conozco de mis estudiantes?



Para tener un buen comienzo es importante clarificar algunos conceptos. Que los niños logren medir no es fácil. En la figura 4.1 se presentan las primeras etapas para construir las nociones de medida.

Figura 4.1 Etapas para la construcción de la noción de medida



Fuente: elaboración propia con base en González y Weinstein (2008).

Iniciar el camino con la medida implica que como docente realice una observación detallada y continua para conocer a sus estudiantes.

Escriba en el siguiente recuadro lo que conoce sobre su grupo de estudiantes y su proceso de construcción de la noción de magnitud y medida. Si aún no cuenta con grupo asignado, podría describir brevemente alguna situación que haya observado en algún grupo de estudiantes.

Puede guiarse por lo señalado en la figura anterior para identificar los usos que niñas y niños dan a las magnitudes y medidas que utilizan e incluso los instrumentos que se encuentran en su contexto (hay comunidades que utilizan medidas como el cuartillo o la lata de sardina).



Comente con sus colegas si la información con la que cuentan sobre sus estudiantes es suficiente para identificar los conocimientos y habilidades que han desarrollado para trabajar magnitudes y medidas. ¿Qué otros datos requieren indagar para que las situaciones matemáticas que diseñen sean pertinentes?

Escriba las conclusiones a las que llegaron.

2. Grandes retos para los más chicos

Actividad a. ¿Esclavos del tiempo?



Durante cinco minutos cronometrados intente resolver el siguiente acertijo. Por favor desarrolle la actividad en el tiempo establecido.

Un reloj digital de 24 horas se retrasa un minuto cada día, mientras otro similar se adelanta un minuto cada día. El día uno de enero de 2020, a las 00:00 horas, es decir, al iniciar el año, los dos relojes marcan la misma hora, que coincide con la hora real, ¿qué día y a qué hora, volverán a marcar la hora real los dos relojes a la vez?

¿Logró resolver el problema en el tiempo destinado?

¿Cuál fue su percepción sobre el tiempo para realizar este ejercicio? ¿Se le hizo mucho tiempo o pasó volando?

Reflexione sobre la subjetividad del tiempo, por ejemplo, sobre el significado de la canción “un día es un siglo sin ti”; o al decir que no se dispone de 30 minutos al día para ejercitarse, pero sí de una hora para las redes sociales. Estas son maneras de hablar sobre el tiempo, pero ¿qué nos indican? ¿Por qué ocurre esto? ¿Cómo se percibe el paso del tiempo? ¿De qué depende?

Tome en cuenta

Se requiere diseñar situaciones matemáticas que den paso a la consideración de los diferentes atributos del tiempo: sucesión, continuidad; duración-intervalo. A continuación, compartimos algunas notas sobre la importancia de trabajar la magnitud del tiempo con los estudiantes.

- Las experiencias sociales ayudan en la comprensión del tiempo: la programación televisiva, radiofónica, el horario de trabajo de los padres, el horario de clases, entre otras.
- Es importante utilizar el calendario y la distribución semanal como instrumento permanente en el aula.
- Registren en el calendario del grupo, por ejemplo, la fecha en que inicia la cosecha; la temporada de feria; la fiesta patronal, entre otras. No todos los sucesos tienen relación con todos los estudiantes, pero, si Ximena falta en la primera semana de diciembre porque son los únicos días en que ve a su papá, o Julián se va en octubre con su familia al norte del país por varios meses a la pizca de Chile, son eventos que no sólo van ubicándose en el tiempo, sino que también permiten reconocer que todas y todos son importantes en el grupo.



Reflexione

Sobre las actividades que puede desarrollar para trabajar la medición de la magnitud tiempo con las niñas y los niños. Anote algunas ideas en el espacio a continuación.

Actividad b.

Longitud, capacidad y ¿peso?

En la vida hay experiencias fallidas relacionadas con las medidas, como intentar pasar una mesa demasiado ancha por una puerta angosta, o que el agua de limón quede insípida. Las medidas son tan importantes que hasta pueden sabotear su dieta.

Es preciso tener presente que sólo mediante la práctica sus estudiantes van a aprender a medir. En la tabla 4.1 compartimos algunas consideraciones sobre las magnitudes.

Tabla 4.1 Consideraciones didácticas para las magnitudes de longitud, capacidad y masa

	Longitud	Capacidad	Masa
A considerar	<ul style="list-style-type: none"> • Genera menos dificultades perceptivas, se convierte en una magnitud intermediaria para las otras. • La longitud se apoya en un soporte físico. La distancia refiere al espacio vacío entre dos objetos. Las dos nociones se complementan, pero el estudiante puede no aproximarse a ambas de la misma manera. • La representación de la distancia no se podrá resolver hasta que se logre la de línea recta. 	<ul style="list-style-type: none"> • Es la propiedad para medir líquidos o sólidos, como la harina. • Es una magnitud espacial. • Dispone de un procedimiento de comparación directa básica: el trasvasado entre recipientes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ofrece percepción sensorial más inequívoca, debido a que nota la diferencia de masa a partir del esfuerzo que realiza para sostener los objetos. • El peso y la masa^[1] son magnitudes distintas. • Socialmente a la masa se le denomina peso. Será hasta la secundaria que conozca la diferencia entre ambas.
Dificultades que enfrentan los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> • Cambios de posición: no conservan la igualdad de longitudes si una se desplaza. • Cambios de forma: emiten juicios basados en la posición, las formas, el número de segmentos. • Descomposición de una línea en partes y su posterior recomposición. 	<ul style="list-style-type: none"> • Forma: generalmente evalúan la capacidad por la altura del recipiente. • Descomposición / recomposición: al trasvasarlo pueden creer que la cantidad ya no es la misma. 	<ul style="list-style-type: none"> • Volumen: evalúan por lo que ven. • Descomposición / recomposición, puede haber juicios erróneos por la conservación de la masa; por ejemplo, si descomponen la plastilina en varios trozos, podrían pensar que tiene mayor masa.

[1] Masa es una magnitud escalar, se expresa con un número. El peso es una fuerza que necesita número, dirección y sentido.



A partir de lo que escribió sobre sus estudiantes en la actividad b. ¿Qué conozco de mis estudiantes? del momento 1, y de la información aportada sobre las magnitudes en la tabla 4.1, plantee un problema, juego, desafío o reto para abordar el aprendizaje esperado que usted seleccione.

Con objeto de argumentar su decisión puede considerar: 1) lo que sabe que sus estudiantes necesitan desarrollar o fortalecer de acuerdo con su experiencia; 2) algún aspecto que desconozca de su grupo y sea importante identificar; 3) el tema cuya enseñanza implique dificultad para usted. Mientras más justifique sus decisiones, la situación matemática que diseñe tendrá una mejor estructura.

Seleccione un aprendizaje esperado

- Estima, mide, compara y ordena longitudes y distancias, pesos y capacidades con unidades no convencionales, y con metro no graduado en centímetros, así como kilogramo y litro, respectivamente.
- Estima, compara y ordena eventos usando unidades convencionales de tiempo: minuto, hora, día, semana, mes y año.

Planteamiento del problema



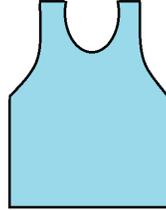
En parejas, analicen los problemas que cada quien diseñó. Intercambien algunas recomendaciones que les permitan mejorarlo. Anote las que considere relevantes para no olvidarlas.

Actividad c.

A ponerse la camiseta



Diseñe una camiseta o blusa como la que se muestra a continuación.



Los materiales que podrá utilizar son:

- tela, papel de china o crepé, papel periódico, cartón, u otro material que tenga al alcance;
- tijeras;
- hilo y aguja o pegamento;
- alguien que sea su modelo, en casa o en la escuela.

Comience tomando la medida de su modelo haciendo uso únicamente de sus manos. Considere tres condiciones para elaborar la camiseta o blusa: 1) no puede regresar a verificar las medidas; 2) al registrar las medidas tome en cuenta el instrumento utilizado; y, 3) cuenta con máximo 15 minutos para la actividad.

Si se encuentra en su casa, ponga su reloj o cronómetro y tome el tiempo indicado. Al finalizar, pruebe la camiseta o blusa en su modelo, observe si le quedó a la medida y conversen sobre lo siguiente: ¿sus medidas fueron exactas? Describa el procedimiento que siguió.

¿Qué tanto se aproximó a la realidad con la medición que hizo?

¿Qué procedimiento alternativo podría utilizar para que las medidas de la camiseta fueran lo más cercanas a la realidad?



En parejas reflexionen sobre los procesos y desafíos al elaborar la camiseta. Conversen sobre los que podrían enfrentar sus estudiantes si desarrollaran con ellos una actividad similar y qué podrían hacer para apoyarles. Anótelos para tenerlos presentes.

Actividad d. Detalles que hacen la diferencia



Lea el siguiente texto.

Aspectos para tener en cuenta sobre la enseñanza de magnitudes y medidas

La medida depende de la unidad elegida	Por ejemplo, los resultados serán diferentes pese a que todos midan con las palmas.
Evite idealizar objetos para medir	Por ejemplo, trabajar longitud con objetos alargados o usar más dibujos de balanzas que balanzas reales.
El logro de los aprendizajes dependerá de las experiencias vividas	Se requieren varios intentos para experimentar, probar y verificar las distintas magnitudes. Prepare interacciones entre sus estudiantes y los materiales con el fin de aprender de la experiencia y evite dictar los resultados y procedimientos para resolver el problema.
La noción de magnitud se construye sobre dos procesos: clasificación y seriación	Mediante la clasificación pueden agrupar objetos por sus semejanzas; con la seriación se fortalece la comparación y orden de acuerdo a las diferencias.

Fuente: elaboración propia con base en Belmonte (2005).

Continúa >

No trabajar de manera sistemática en el aula con las magnitudes, considerando que es un proceso “natural” en los estudiantes, puede provocar dos tipos de errores.

- **Uso erróneo de los sentidos:** al trabajar con la masa, usan el sentido de la vista y determinan que pesa más un kilogramo de algodón que uno de piedras. Los estudiantes pueden llegar a confundir las características físicas que definen la magnitud para establecer diferencias y semejanzas, por lo que es importante que se trabajen estos contenidos de manera sistemática.
- **Confusión entre distintas magnitudes:** al determinar que es mayor la superficie de un rectángulo de $10 \times 1 \text{ cm}^2$ que la de uno de $3 \times 4 \text{ cm}^2$, estará centrando su atención en el perímetro y no en el área. Sucede cuando no logran identificar los atributos que definen a cada una de las magnitudes e intentan resolver utilizando información de otra magnitud.



En parejas, busquen en los libros de texto gratuitos de *Matemáticas. Primer grado* (SEP, 2019a) y *Matemáticas. Segundo grado* (SEP, 2019b) una actividad en la que se aborde alguna de las magnitudes que se han trabajado y respondan las siguientes preguntas.

¿Qué características tiene el problema que se solicita resolver? ¿Qué respuestas se pueden esperar de los estudiantes al desarrollarlo?

¿Cuáles son los errores más comunes que los estudiantes pueden cometer?

¿Cómo desarrollarían la actividad con su grupo de estudiantes?

3. El final sólo es un comienzo

Actividad a.

Organicemos la clase de matemáticas



Retome el producto de la actividad b. Longitud, capacidad y ¿peso?, en el momento 2. Grandes retos para los más chicos, en la que determinó el aprendizaje esperado y cómo trabajarlo a partir del planteamiento del problema, y diseñe una situación matemática completa. Recuerde que puede ser un juego, desafío o reto.

Considere las siguientes preguntas como una guía y escriba sus respuesta.

¿Cuál será el rol del estudiante y cuál el del profesor? ¿Cómo serán las interacciones entre las niñas y los niños (individual, en pareja o en grupos)? ¿Cómo orientará el trabajo de sus estudiantes para que argumenten y confronten sus estrategias con el fin de solucionar el problema, el reto o el juego?

Se sugiere que lea el apartado “Magnitudes y medidas” del libro para el maestro *Matemáticas* (SEP, 2018) del grado escolar que esté atendiendo con objeto de complementar la información. Si tiene oportunidad, compártala con colegas para enriquecerla.

Actividad b.

Autoevaluación



El propósito de esta situación es que reconozca los procesos de construcción de las nociones de medida y de magnitud para generar problemas y situaciones matemáticas a desarrollar con sus estudiantes.

Sólo usted conoce las condiciones particulares en las que trabaja, el número de estudiantes que atiende, las distancias que recorren para llegar a la escuela, y si ahora no tiene posibilidades de estar en comunicación con todas y todos y cómo se extrañan esos momentos reconfortantes de sonrisas y el saludo de buenos días.

Reflexione sobre lo que sucede en su grupo. Considere lo aprendido y relate cuáles son los retos que enfrenta para trabajar magnitudes y medidas con sus estudiantes.



Comparta sus reflexiones con sus colegas y, en colectivo, escriban tres aprendizajes y tres desafíos que identifiquen respecto a la enseñanza de magnitudes y medidas con sus estudiantes.

Aprendizajes	Desafíos



Para profundizar en el tema

Algunas propuestas complementarias para trabajar magnitudes y medidas en el aula las podrá encontrar en:

- González, Adriana y Edith Weinstein (2008). Propuestas para trabajar en la sala. En *¿Cómo enseñar matemática en el jardín?* Número-Medida-Espacio. Colihue, pp. 160- 173.
- Si requiere indicaciones más precisas para el trabajo con cada magnitud, aplicables concretamente al aula, puede revisar el “Capítulo 10. La construcción de magnitudes lineales en Educación Infantil” del libro *Didáctica de las matemáticas*, coordinado por María del Carmen Chamorro.
- Tras realizar varias situaciones de aprendizaje con los estudiantes para favorecer la medición y sus magnitudes, y cuando usted lo considere pertinente, en Aula 365 podrá encontrar algunos videos que le apoyen en la puesta en común de la resolución de problemas, como:
 - **Unidades de medida** <<https://www.youtube.com/watch?v=wk6WSilLWvU&list=PLfhEmscHOTKPRvJqg7fw8DkNHniwQNIPF&index=26>>.
 - **Medidas de longitud** <<https://www.youtube.com/watch?v=wk6WSilLWvU>>.
 - **Los días de la semana** <<https://www.youtube.com/watch?v=iZTijpRWmfo&list=PLfhEmscHOTKPRvJqg7fw8DkNHniwQNIPF&index=21>>.
 - **Medida del tiempo:** <<https://www.youtube.com/watch?v=bOcP2YOeH94>>.

Situación V

Figuras y tablas

Propósitos

- Identificar las características de las figuras y cuerpos geométricos, así como los elementos para la organización y representación de la información, mediante el enfoque de resolución de problemas.



Agenda

Momentos	Actividades	Tiempo
1. Veo raro porque pienso abstracto	a. La figura oculta	1 hora 45 minutos
	b. ¿Cuántos cuadrados hay?	
	c. El avioncito	
	d. El tapete	
	e. Configuraciones con los cuerpos geométricos	
2. El universo de la información	a. ¿Cuál es el favorito?	45 minutos
	b. Recolección de información	
	c. Registro en tablas	
	d. Interpretación de datos de una tabla	
3. Datos y tablas en el aula: primeros pasos en la estadística	a. Análisis de la información	45 minutos
	b. Las tablas en el aula	
4. Organicemos la clase de matemáticas	a. Situaciones didácticas con tablas	30 minutos
5. Cierre	a. Recapitulando	15 minutos
	b. Autoevaluación	
Para profundizar en el tema		

1. Veo raro porque pienso abstracto

Actividad a.

La figura oculta



Organizados en parejas, construyan una figura de origami. Un integrante dará las indicaciones y el otro las seguirá para armar la figura. Si trabajan a distancia, pueden reunirse por algún medio o red virtual que les permita la comunicación.

Indicaciones para construir una figura de origami:

1. Tome una hoja de papel que tenga forma cuadrada.
2. Doble la hoja dos veces por la mitad juntando los vértices opuestos para marcar sus ejes de simetría.
3. Doble dos vértices opuestos hacia el punto central que quedó marcado por los pliegues formando un hexágono irregular con 4 y 2 lados iguales entre sí, y vértices obtusos y rectos, respectivamente.
4. Una los vértices rectos formando un pentágono de tres ángulos rectos.
5. Pliegue el vértice recto adyacente a los obtusos hacia el centro, y luego abra y pliegue sólo un lado, de modo que, como resultado, quede un pequeño rombo.
6. Doble las dos puntas superiores (vértices rectos) un poco hacia dentro.
7. Finalmente, pinte con el plumón dos pequeños círculos entre los triángulos y el rombo y otros dos en el rombo.

Antes de compartir con su colega la figura que construyó, intercambien roles. Ahora usted deberá dar las mismas indicaciones a su pareja para que construya la figura de origami.

¿Qué figura construyó cada uno?

Comenten sobre las figuras que armaron y respondan las siguientes preguntas: ¿A qué se parece la figura que obtuvo cada uno? ¿Cómo les parecieron las instrucciones? ¿Por qué?



De manera individual, realice la misma figura apoyándose en las imágenes que se comparten en la siguiente liga:

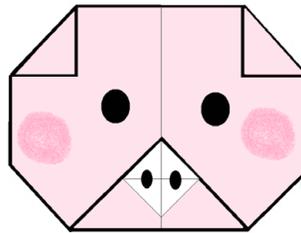
<https://saposyprincesas.elmundo.es/wp-content/uploads/2017/06/cerdito-de-origami.jpg>

O mediante el código QR.



La figura que se arma con base en las indicaciones anteriores es la siguiente:

Figura 5.1 Cerdito



Fuente: elaboración propia.



Reflexione

¿Pudo armar la figura del cerdito siguiendo las instrucciones de su colega o a partir de las imágenes proporcionadas en la página web? ¿En algún caso no lo logró? ¿Por qué? ¿Qué explicaciones fueron más sencillas de seguir? ¿Por qué?

¿Cómo desarrollaría esta actividad con sus estudiantes?

¿Con qué propósito?

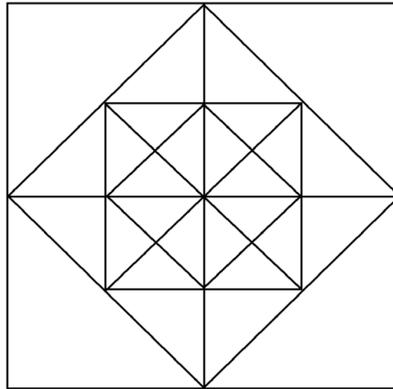
Actividad b.

¿Cuántos cuadrados hay?



Observe la figura 5.2 y encuentre el mayor número posible de cuadrados. Si tiene oportunidad imprima la página y trate de delimitar con colores diferentes cada cuadrado que identifique.

Figura 5.2 Cuadrados y triángulos



Fuente: elaboración propia.



En parejas compartan el número de cuadrados que identificaron. Analicen y, si es el caso, expliquen las diferencias. Comenten y den respuesta a las siguientes preguntas.

En la imagen anterior, ¿cuántos cuadrados están formados por 2 triángulos?

¿Cuántos cuadrados se formaron con 4 triángulos?

¿Cuántos cuadrados están formados por 8 triángulos?

¿Cuántos se forman con 4 triángulos y un cuadrado?

Si desagrupan la figura en triángulos, ¿cuántos encuentran?

¿Cuál consideran ustedes es el propósito de trabajar esta actividad?

Tome en cuenta

Irma Fuenlabrada ha señalado que la construcción de la percepción geométrica se manifiesta y se adquiere por ensayo y error. Cuando los estudiantes manipulan objetos y en ellos identifican figuras geométricas, se van dando cuenta de su forma y descubriendo estas propiedades y características en relación con otras figuras. Ello les permite seleccionar la figura que sirve para solucionar algún problema geométrico, y es por eso que no recomienda que se trabajen en aislado, de una en una, sino en relación con otras figuras.

El desarrollo de la percepción geométrica no está en función de la edad o grado escolar del estudiante, ya que se manifiesta cuando éste es capaz de diferenciar las figuras geométricas que componen una configuración y mientras más rápido lo hace es porque más desarrollada tiene esta capacidad. Es en este sentido que en los dos primeros grados de la educación primaria resulta muy importante favorecer la construcción y el desarrollo de la percepción geométrica. También porque servirá de base para descubrir, poco a poco, las posibles transformaciones de figuras y cuerpos geométricos (Fuenlabrada y Zariñán, 2017).



Reflexionen y argumenten

¿Qué habilidades pusieron en juego para realizar la actividad?

¿Cómo se favorece el desarrollo de la percepción geométrica al realizar actividades como éstas?



Diseñe una actividad para primero o segundo de primaria (de acuerdo al grado con el que trabaja actualmente). Considere el planteamiento anterior acerca de la construcción y el desarrollo de la percepción geométrica. Tome como base los siguientes aprendizajes esperados definidos en el eje “Forma, espacio y medida” del Plan y programas de estudio (SEP, 2017a). La actividad debe considerar las características de sus estudiantes y su contexto.

Aprendizaje esperado para primer grado: construye configuraciones utilizando figuras geométricas.

Aprendizaje esperado para segundo grado: construye y describe figuras y cuerpos geométricos.

Cuando llegue el momento, ponga en práctica estas actividades con sus estudiantes de primero o segundo grado. Si su grupo es multigrado y atiende a niñas y niños de primero y segundo, realice las dos actividades y promueva que los más grandes apoyen a los más pequeños. Apunte en su cuaderno de trabajo cómo sus estudiantes realizaron la actividad y si avanzaron en el logro del aprendizaje esperado. También anote si considera necesario realizar algunos ajustes en el diseño de las actividades.

Actividad c. El avioncito



En colectivo, lean, comenten y analicen la siguiente situación matemática.

La maestra Rosa ha elegido iniciar el tema de figuras geométricas con el juego del *avioncito*.^[1] Para ello, traza la figura en el patio escolar^[2] al tiempo que pregunta lo siguiente:

—¿en qué se parecen las figuras que dibujé en los espacios de los números 1, 2, 3, 6 y 9? ¿tienen alguna diferencia? ¿saben cómo se llaman?”

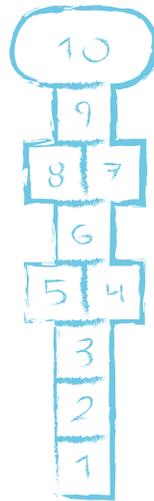
Ahora bien, ¿en qué se parecen las figuras que se forman en donde están los números 4 y 5 con la de los números 7 y 8? ¿Hay diferencias entre una y otra? ¿Cómo se llaman estas figuras?

[1] También se le llama “rayuela” o “bebe leche”.

[2] En el trabajo a distancia, se puede realizar el dibujo en una hoja de papel y compartir con sus estudiantes por WhatsApp, Classroom, u otra plataforma en la que esté trabajando con las niñas y los niños. También se puede proponer a las familias, si tiene oportunidad, que dibujen un avioncito en varias hojas de papel que puedan pegar en el piso.

Continúa >

El avioncito



Ya en el aula, la maestra les pide dibujen en sus cuadernos o en una hoja de papel el avioncito y pregunta al grupo las características de cada figura guiando la conversación con un lenguaje geométrico sencillo. Pronto la maestra y el grupo se atorán en una discusión porque una alumna señala que los rectángulos (espacios 4 y 5, 7 y 8) son cuadrados más grandes porque también tienen cuatro lados. La maestra orienta la conversación para que los niños encuentren las diferencias entre las figuras de los espacios 1, 2, 3, 6 y 9 y las que se forman con el 4 y 5, 7 y 8. La maestra Rosa les pregunta que cómo podrían identificar las diferencias y busca que los niños planteen una estrategia para ello e incluso puedan salir al patio para verificar nuevamente el dibujo del avioncito.

Se espera que los niños adviertan que pueden usar algún instrumento que les ayude a medir o bien que visualmente se den cuenta que una de las figuras tiene dos lados más grandes que las otras. La docente aclara que unos son cuadrados porque tienen los cuatro lados del mismo tamaño a diferencia del rectángulo que tiene dos pares de lados iguales, sin embargo, terminó la clase con la sensación de que sus estudiantes no estaban tan convencidos de la diferencia.

¿De qué otra manera podría la maestra Rosa plantear el problema o situación matemática para que sus estudiantes logren identificar las características del cuadrado y del rectángulo?

¿Qué otras preguntas, podría hacer la maestra Rosa para que los estudiantes encuentren las diferencias entre las figuras?

Es importante que al introducir figuras o cuerpos considere las propiedades o características que tienen en común con otras; de lo contrario, podría convertirse en un obstáculo didáctico, cuando el docente no toma en cuenta que muchas otras figuras pueden ser construidas con cuatro lados.

Actividad d. El tapete



Algunas expresiones artísticas suelen manifestarse en una amplia gama de figuras, cuerpos y configuraciones geométricas. Tal vez en la comunidad en la que se ubica la escuela elaboren artesanías en las que se puedan observar formas, configuraciones y patrones geométricos, por ejemplo, textiles, alfarería (barro), rebozos, tapetes, creaciones con palma, pinturas, entre otras. Identifique estas expresiones y, cuando sea posible, analice con las y los estudiantes las diferentes figuras geométricas.

Ahora describa la imagen del tapete de la figura 5.4. Utilice términos relacionados con la geometría, como lados, vértices, ángulos, caras, bases, o diga “vértice” en lugar de “pico”.

Figura 5.4 Tapete



Fuente: <pixabay.com>.

Descripción del tapete.



Trabaje con un colega y compartan sus descripciones.

¿En qué se parecen?

¿En qué son diferentes?

Expliquen por qué hay semejanzas y diferencias en sus descripciones.



En el siguiente ejercicio corresponde anotar en la tabla las características de las figuras geométricas que encontraron en el tapete. Si no identificaron alguna figura de las que se incluyen en la tabla dejen el espacio en blanco. Si encontraron formas distintas, dibújenlas en las columnas de la derecha y describan sus características:

Tome en cuenta

Cuando en la enseñanza de la geometría se presentan figuras y cuerpos geométricos inmóviles dando la idea de que sólo existen en una forma o posición, incluso que tienen un sólo lado, debe tenerse presente que las y los estudiantes pueden enfrentarse a un obstáculo didáctico, porque el docente generalmente les presenta las figuras y cuerpos geométricos de forma estática.

En la tabla anterior a usted se le presenta un triángulo y un cuadrado apoyados en uno de sus vértices y no como generalmente se presentan con un lado como base. Trabajar la geometría de manera dinámica significa facilitar que las y los estudiantes vean las figuras y los cuerpos geométricos en diferentes posiciones e incluso los manipulen cuando sea posible, para observarlos desde diferentes perspectivas.

Por lo anterior, es importante que para trabajar la percepción geométrica utilice ideas y conceptos como “si volteamos o giramos la figura...”; “si doblamos la figura, ¿los dos lados son iguales?”; “si movemos la figura”; “si doblamos o cortamos esta figura ¿qué pasa?” (obtener nuevas figuras de otra); “si juntamos estas cuatro, ¿qué figura obtenemos?” (agrupar figuras para obtener una nueva); “si separamos las figuras...” (desagrupar figuras). De preferencia, use o proponga objetos que puedan ser manipulados por las niñas y los niños como: juguetes, piezas bordadas, impresiones en papel, libros, entre otros.

Recuerde que en primero y segundo grados no se tiene el propósito de trabajar con la simetría, la rotación y la traslación para ser conceptualizadas por los estudiantes, ya que esto corresponde a grados superiores.

Actividad e.

Configuraciones en cuerpos geométricos



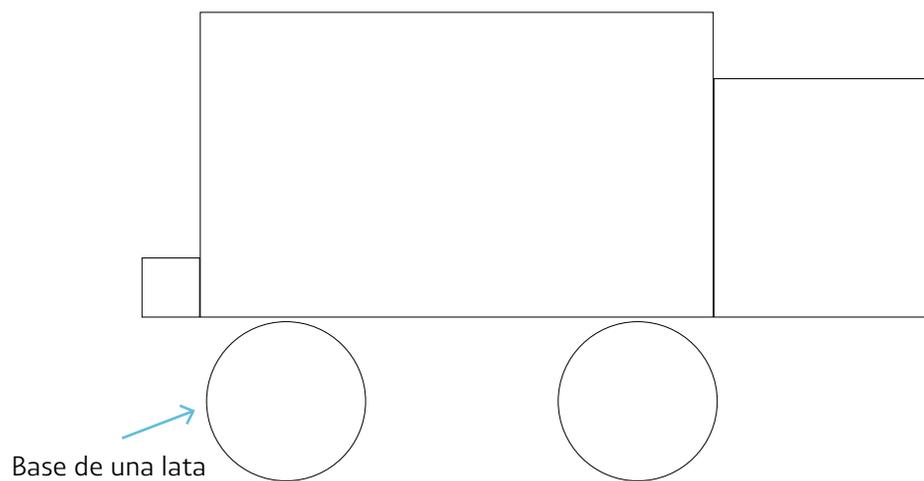
Para hacer el diseño de configuraciones con cuerpos y figuras geométricas reúna algunos materiales como:

- cajas de cartón pequeñas (de medicina, pasta de dientes, etcétera);
- cilindros de cartón (del papel de baño);
- latas de refresco o jugos;
- esferas (de cualquier material reciclable);
- pegamento o cinta adhesiva;
- hojas blancas (de cuaderno o recicladas);
- cuerpo geométrico como prisma triangular o pirámide rectangular (se puede elaborar con cartulina).

A partir de los materiales que haya logrado reunir diseñe y arme una figura (puede ser una casa, un robot, un carro, un avión, etcétera). Para ello:

1. Delinee el esquema en una hoja de papel utilizando el contorno de los materiales y copiando las caras y/o bases como se muestra en la figura 5.5.
2. Pegue los materiales para armar la figura con base en el esquema.

Figura 5.5 Esquema delineado de la figura





En grupo (a distancia o presencial) compartan sus esquemas y el objeto que armaron. Describan los cuerpos geométricos que utilizaron para dibujar el esquema, por ejemplo, para la llanta del carro utilicé la base de una lata de refresco porque es un círculo, etcétera. Sobre el objeto, describan las características de los cuerpos geométricos que formaron.

Tome en cuenta

Recuerde que en segundo de primaria se espera que los estudiantes reconozcan las características y no los nombres de los cuerpos geométricos, por ejemplo, que en las caras de los prismas encuentran figuras como el cuadrado, rectángulo, triángulo, pentágono y hexágono o que en el cilindro hay círculos.

Es importante distinguir y reflexionar, a partir de la comparación de los cuerpos geométricos, aquellos que tienen aristas, caras planas o los que tienen curvas; con base en esto sus estudiantes irán enriqueciendo su lenguaje al incorporar términos como cara, vértice, arista, prisma y cilindro (SEP, 2019b) y podrán realizar la figura sin necesidad de ver las indicaciones (González y Weinstein, 2008; García y López, 2008). Se recomienda el uso de tangram (disponible en el libro de texto gratuito *Matemáticas. Primer grado* (SEP, 2019a), el geoplano (físico o digital), o los poliminós.^[1]

[1] Un poliminó o poliominó es un objeto geométrico obtenido al unir varios cuadrados o celdas del mismo tamaño de forma que cada par de celdas vecinas compartan un lado. Son un caso especial de poliformas.



Responda las siguientes preguntas:

¿Qué materiales utilizaría para que sus estudiantes puedan hacer figuras como la del camión u otras usando diversos objetos que tengan forma de cuerpos geométricos?

¿Qué preguntas formularía a los estudiantes para que reconozcan las principales características de algunos cuerpos geométricos?

2. El universo de la información

Actividad a.

¿Cuál es el favorito?



Para el regreso a las clases presenciales, una escuela primaria planea organizar encuentros deportivos, teniendo presentes todas las previsiones sanitarias que indiquen las autoridades. Para ello, quieren conocer cuáles son los deportes favoritos de los estudiantes, por lo que se les preguntó qué deporte es su preferido. Estos fueron los resultados:

Tabla 5.2 Datos sobre el deporte favorito de los estudiantes de primaria

Fútbol	Beisbol	Beisbol	Atletismo	Fútbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Atletismo	Fútbol
Fútbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Voleibol	Atletismo
Basquetbol	Fútbol	Voleibol	Beisbol	Basquetbol	Beisbol	Beisbol	Fútbol	Beisbol	Fútbol
Voleibol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Voleibol	Beisbol	Voleibol	Beisbol	Beisbol	Beisbol
Basquetbol	Fútbol	Beisbol	Fútbol	Beisbol	Fútbol	Beisbol	Voleibol	Beisbol	Fútbol
Atletismo	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Fútbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Voleibol
Fútbol	Beisbol	Beisbol	Fútbol	Basquetbol	Beisbol	Fútbol	Fútbol	Fútbol	Basquetbol
Fútbol	Beisbol	Fútbol	Fútbol	Voleibol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Fútbol	Basquetbol
Fútbol	Fútbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Fútbol	Fútbol	Fútbol	Voleibol	Fútbol
Beisbol	Fútbol	Beisbol	Atletismo	Basquetbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Beisbol	Fútbol

A partir de los datos obtenidos indique...

¿Cuál es el deporte favorito de los estudiantes?

Teniendo en cuenta la preferencia de sus estudiantes, si tuvieran que elegir sólo tres deportes para integrar los encuentros deportivos, ¿cuáles elegirían?

¿Qué procedimiento utilizó para organizar la información y resolver las preguntas anteriores?



Dialogue con un colega sobre el procedimiento que utilizó cada uno. Comenten las coincidencias y diferencias que identificaron.

Reflexionen sobre la importancia de introducir a los estudiantes en la organización y representación de la información desde los primeros grados de educación primaria. Anoten sus ideas.

Haciendo un repaso de sus experiencias con estudiantes de primer ciclo de primaria, enlisten algunas estrategias que han utilizado para que recolecten y registren información y cómo han trabajado con esta información.



Compartan con sus compañeros sus reflexiones sobre la importancia de trabajar el análisis de la información desde los primeros grados de educación primaria y qué elementos de mejora pueden incorporar en las estrategias que han utilizado con sus estudiantes.

Actividad b.

Recolección de información



Diseñe una sencilla encuesta (ver ejemplo en figura 5.6) para indagar sobre aspectos que considere relevantes sobre el trabajo a distancia. Las preguntas deben contener al menos tres opciones de respuesta.

Figura 5.6 Encuesta

Encuesta

Instrucciones

Datos personales

Preguntas

1. ¿Cuántas personas están estudiando y/o trabajando en la computadora, tableta o en el celular en su casa?

a) Hasta 2
b) 3 a 5
c) 6 o más
...

¿Qué características tiene una encuesta?

¿Qué utilidad tiene hacer una encuesta?



Compare la encuesta que elaboró con las de otros docentes. Comenten sus respuestas.

Tome en cuenta

Ahora... ¿cómo organizamos la información?

Una tabla es una herramienta que posibilita el registro y la organización de datos. En educación primaria se utilizan las tablas como principal instrumento para que los estudiantes realicen un registro y representar los valores obtenidos a partir del planteamiento de una cuestión, que es la que determina la información que se analizará. La tabla muestra la frecuencia de las variables representadas y el valor de cada una de ellas. El registro de datos en las tablas favorece la interpretación de la información representada.



Actividad individual

Actividad c. Registro en tablas

Aplique la encuesta a algunos de sus compañeros docentes. Una vez que tenga las respuestas organice los datos obtenidos en una tabla y haga el ejercicio de interpretar los resultados.

Reflexione sobre las siguientes preguntas.

Los resultados de la encuesta ¿facilitarían la toma de decisiones sobre los temas de interés contenidos en la encuesta? ¿En qué aspectos?

¿Qué aplicaciones tiene la recolección, sistematización y representación de la información en su labor profesional? ¿Y en la vida cotidiana?

¿Cómo lograr que sus estudiantes de primero o segundo grado reconozcan la importancia de recolectar y organizar la información, por ejemplo, para explicar sucesos o fenómenos y tomar decisiones?

Actividad d.

Interpretación de datos de una tabla

Observe la siguiente tabla.

Tabla 5.3 Estadística del Sistema Educativo Nacional

Tipo, nivel y sostenimiento	Modalidad escolarizada				
	Alumnos			Docentes	Escuelas
	Total	Mujeres	Hombres		
Total Sistema educativo	36 518 712	18 368 231	18 150 481	2 074 171	262 805
Público	31 236 953	15 639 494	15 597 459	1 598 520	216 130
Privado	5 281 759	2 728 737	2 553 022	475 651	46 675
Educación básica	25 253 306	12 451 585	12 801 722	1 225 341	230 424
Público	22 378 681	11 035 675	11 343 006	1 039 290	198 192
Privado	2 874 625	1 415 909	1 458 716	186 051	32 232
Educación media superior	5 144 673	2 622 466	2 522 207	412 353	21 047
Público	4 211 125	2 133 973	2 077 152	302 075	14 251
Privado	933 548	488 493	445 055	110 278	6 796
Educación superior	4 061 644	2 062 566	1 999 078	394 189	5 716
Público	2 841 510	1 387 772	1 453 738	234 189	2 311
Privado	1 220 134	674 794	545 340	234 454	3 618
Capacitación para el trabajo	2 059 089	1 231 615	827 474	159 735	5 618
Público	1 805 637	1 082 074	723 563	42 288	1 376
Privado	253 452	149 541	103 911	22 701	4 242

Fuente: Dirección General de Planeación, Programación y Estadística Educativa (2020, p. 12).

Interprete los datos que presenta la tabla. Considere los más representativos y relevantes. Establezca relaciones entre ellos para tener una interpretación más amplia.

Escriba a continuación un texto breve en el que describa: ¿qué datos eligió?, ¿por qué considera que son importantes?, ¿qué relaciones entre los datos considera más significativas?, ¿qué conclusiones derivan de su análisis?

3. Datos y tablas en el aula: primeros pasos en la estadística

Actividad a.

Recolección y registro de información



Lea la tabla 5.4 que ofrece orientaciones didácticas para guiar a los estudiantes en actividades relacionadas con la recolección y registro de la información.

Tabla 5.4 Orientaciones didácticas en la recolección y registro de datos

¿Qué hacer?	Orientaciones
Cómo iniciar	<ul style="list-style-type: none">• Guíe a los estudiantes para que elijan un tema de su interés (en los primeros grados de primaria pueden ser gustos personales, conteo de eventos, juegos o deportes, objetos de su agrado, alimentos que más les gustan) y propongan una o dos preguntas sobre ese tema.• A partir de los intereses de los niños, usted puede elegir un tema que lo vincule con las otras asignaturas. El trabajo con datos y tablas favorece la integración de saberes de distintas disciplinas.
Pienso cómo obtener la información	<ul style="list-style-type: none">• Promueva que los estudiantes recolecten los datos y decidan la forma más apropiada para hacerlo, considerando el tipo de información a recabar y los materiales a su alcance.• Ofrezcales actividades diversificadas de observación, encuestas y juegos que impliquen el recuento o conteo de alguna variable.• Cuide que organicen los pasos a seguir para recolectar la información.
Recolección de datos	<ul style="list-style-type: none">• Oriéntelos para que elijan la estrategia que se acomode mejor a la recolección de los datos.• Es deseable utilizar diversos materiales que los estudiantes puedan manipular o bien utilizar marcas que permitan realizar correspondencias término a término, es decir, las unidades representadas con un elemento.
Cómo organizó los datos obtenidos	<ul style="list-style-type: none">• Guíe a los estudiantes para que comparen los datos representados.• La información en tablas posibilita organizarla y ver las relaciones entre los datos. También podría incluir algunos gráficos sencillos.• Realice preguntas a las y los niños sobre los datos obtenidos. ¿De qué dato tenemos mayor cantidad? ¿De cuál menos?

Fuente: elaboración propia con base en Alsina y Vázquez (2017).



En grupo comenten el texto anterior y señalen si estas orientaciones les resultan útiles para trabajar los aprendizajes esperados sobre este tema con sus estudiantes, o, si ya han implementado algunas de estas orientaciones, qué resultados han obtenido.

Tome en cuenta

Los ámbitos para trabajar con los estudiantes la recolección y el análisis de datos pueden ser:

Personal: como el número de hermanos, gustos y preferencias sobre comida, animales, etcétera.

Profesional o laboral: registros de ganancias, de mercancías, entre otros.

Social: votaciones, datos de eventos de interés en un determinado tiempo y espacio.

Científico: datos vinculados a la ciencia y la tecnología (Díaz-Levicoy, Morales, López-Martín, y Ruz-Ángel, 2015).

Como se observa, la posibilidad de incorporar el trabajo con datos y su representación ofrece muchas posibilidades. Lo más importante es considerar el interés de los estudiantes, de modo que ellos encuentren sentido a los datos que se están recabando, registrando y analizando. Se puede hacer una vinculación con aprendizajes de otras asignaturas y construir proyectos que integren diversos saberes.

En colaboración con otros colegas, diseñen una actividad a realizar con sus estudiantes para que puedan integrar el análisis y la representación de datos, retomando alguno de los ámbitos mencionados en el recuadro anterior. Integren contenidos de al menos otra asignatura e identifiquen los obstáculos que podrían enfrentar los estudiantes al desarrollar este tema.

Actividad b.

Emociones en tablas



Lea y analice la siguiente situación didáctica.

¿Cómo nos sentimos hoy? (primer grado)

Objetivo

- Utilizar tablas sencillas para registrar información de interés de los estudiantes y analizar la información representada.

Material

- Fichas de papel de distintos colores, pompones de colores o algún otro material al alcance: corcholas, tapas, semillas, entre otros, o bien, utilizar fichas con caritas que representen la emoción.
- Pizarrón o papel bond.

Consigna

Averiguemos cómo nos sentimos hoy, qué emoción experimentamos en este momento y cuál es la que predomina en el grupo (se puede vincular con algún texto o cuento que hayan leído y preguntar cómo los hizo sentir). La actividad también se puede hacer a la distancia si tiene posibilidades de estar en comunicación con sus estudiantes. Solo realice las adecuaciones necesarias.

Señale las posibles emociones que pueden experimentar niñas y niños:

- Alegría
- Enojo
- Aburrimiento
- Tristeza
- Miedo

Pregunte

¿De qué manera podemos saber cómo se siente la mayoría del grupo en este momento? ¿Qué debemos preguntar? ¿Cómo podemos registrar la información?

Indague sobre algunas estrategias que proponen los estudiantes para registrar la información.

Utilice materiales que tengan a la mano y muestre una variedad de ellos. Cuide que sean las y los niños quienes decidan cuáles utilizar y la manera de hacerlo.

Puede organizar a los estudiantes en tres equipos, cada uno propondrá la estrategia para indagar y representar la información. Compararán los resultados entre los equipos.

Posibles producciones de los niños:

- Los niños pueden utilizar fichas/objetos de colores y elegir un color para cada emoción. Pueden hacer que los compañeros escojan la ficha del color y armar colecciones de fichas para contarlas y compartir el dato final por cada una.
- Los niños pueden dibujar alguna forma de representar la emoción, tal vez con caritas o dibujos y utilizar alguna señal para poder registrar cuántos hay de cada una.

Continúa >

- Pueden realizar una votación para saber cuántos niños se sienten alegres, enojados, aburridos, tristes, etcétera. Si esta opción surge pregunte: ¿cómo podemos registrar la información para que todos la conozcamos?

Cada equipo recopilará la información y después explicará su procedimiento al resto del grupo para analizar cuál ha sido la estrategia que permitió recopilar los datos más rápido.

Después, usted puede presentar una tabla como la siguiente.

Emoción	Registro	Total
Alegría		
Enojo		
Aburrimiento		
Tristeza		
Miedo		

Entonces ¿Cómo llenamos esta tabla con los datos que tenemos?

Analice si esta situación considera las orientaciones señaladas en la tabla 5.4. De no ser así, ¿cómo la modificaría?

Cómo iniciar	
Pienso cómo obtener la información	
Recolección de datos	
Cómo organizo los datos obtenidos	

Tome en cuenta

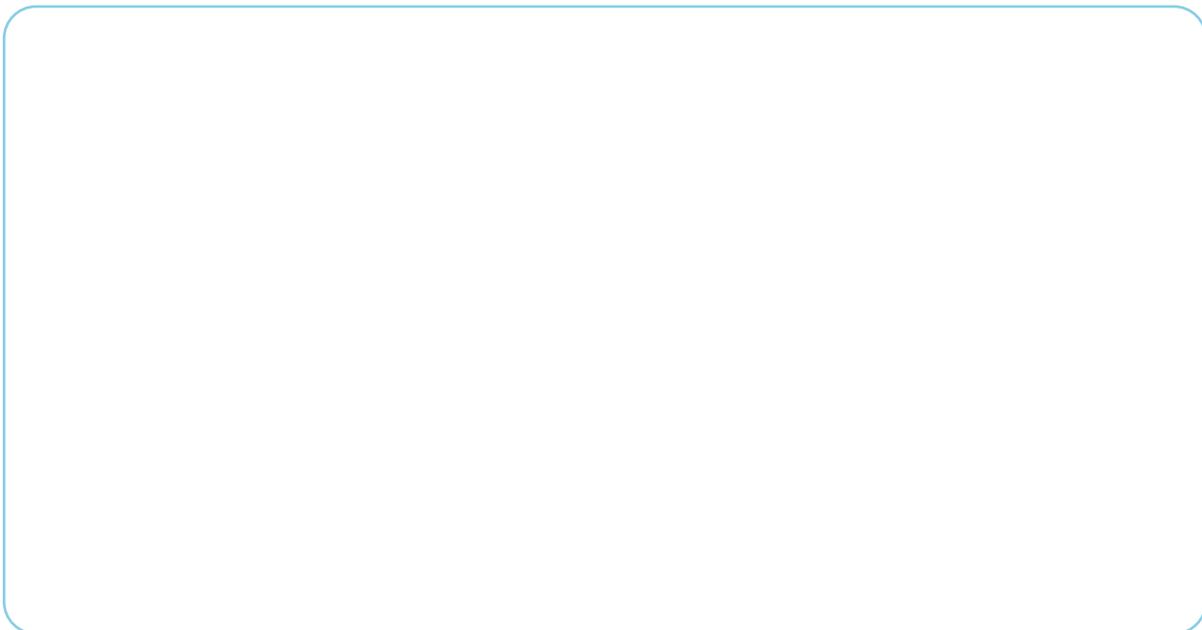
Se puede adaptar la actividad para segundo grado pidiendo a los estudiantes que diseñen una encuesta. Ellos deben elaborar las preguntas y pensar en posibles opciones de respuesta para cada una. El segundo momento de la actividad podría incluir que organicen los datos en tablas.

El trabajo con tablas es primordial en el proceso de representación de datos. Si las características de su grupo lo permiten, también es posible incorporar gráficas sencillas y pictogramas que coadyuven en la representación de la información y refuercen las habilidades de los estudiantes para analizar, comparar y realizar una interpretación de los datos.

5. Cierre

Actividad a. Recapitulando

Con base en lo abordado en esta situación de aprendizaje, elabore un organizador gráfico que muestre los aprendizajes y las conclusiones a las que llegó respecto a figuras y cuerpos geométricos, así como la organización y representación de la información. Pueden ser un mapa conceptual, un cuadro de doble entrada, un cuadro sinóptico o una infografía.



Actividad b. Autoevaluación

¿Qué aprendió en esta situación para mejorar su práctica docente?

¿Qué se le dificultó más?

¿Qué hará para complementar y reforzar lo aprendido?



Para profundizar en el tema

- Tangram. A partir de los tangram recortables que ofrece el libro de texto gratuito *Matemáticas. Primer grado* (SEP, 2019a), pida a las niñas y los niños reconstruir las figuras que trabajaron anteriormente y algunas nuevas configuraciones que se imaginen.
- Hay programas interactivos como GeoGebra en el que podrá experimentar y construir figuras geométricas. Incluye recursos didácticos para trabajar en el aula.
- El arte y la geometría están estrechamente vinculados: pintura, arquitectura, diseño, escultura, e incluso las artes populares o artesanías están llenas de figuras geométricas o basadas en el lenguaje geométrico. En el siguiente recurso puede observar un video donde se desarrolla esta idea <<https://melvecsblog.wordpress.com/2016/12/02/ars-qubica/>>.
- Los mosaicos son un ejemplo de esto. En este video encontrarás un poco de historia e interpretación de este recurso <<https://www.youtube.com/watch?v=HVvdAiPrvk8>>.
- Un material que muestra estrategias para el trabajo con información y tablas <<http://www.minedu.gob.pe/rutas-del-aprendizaje/documentos/Primaria/Sesiones/Unidad04/PrimerGrado/matematica/1G-U4-MAT-Sesion01.pdf>>.

Continúa >



Para profundizar en el tema

- En este documento se encuentran algunos ejemplos de trabajos de los estudiantes de acuerdo con los niveles de desempeño esperados en su ciclo educativo: Ministerio de Educación, IPEBA. (2013). *Mapas de progreso del aprendizaje. Matemática: estadística y probabilidad*. Ministerio de Educación-IPEBA <https://www.sineace.gob.pe/wp-content/uploads/2014/10/MapasProgreso_Matematica_EstadisticaProbabilidad.pdf>.
- Los siguientes vídeos muestran ejemplos de cómo se utilizan las tablas para el registro de información <<https://www.youtube.com/watch?v=ahEMDoyTyMs>> y <<https://www.youtube.com/watch?v=WYBzrsTbia8>>.
- Ejercicios para trabajar la estadística con sus estudiantes <<https://www.supertics.com/blog/10-ejercicios-estadistica-para-ni%C3%B1os-de-primaria>>.
- Ejemplos para trabajar estadística en primer grado <<http://estadisticainicia.blogspot.com/p/unidad-de-aprendizaje-1.html>>.
- Ejemplos de cómo se trabaja con tablas <<http://norestadistica.blogspot.com/2011/03/recoleccion-y-datos.html>>.

Referencias

- Alsina, A. (2017). La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, (7), 4-22.
<https://revistas.uam.es/didacticasespecificas/article/view/7700/7976>
- Alsina, A., y Vásquez, C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 3(4), 199-212.
https://www.researchgate.net/publication/322637703_Hacia_una_ensenanza_eficaz_de_la_estadistica_y_la_probabilidad_en_las_primeras_edades
- Artigué, M., Douady, R., y Moreno, L. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (P. Gómez, ed.). Una Empresa Docente / Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ávila, A. (2018). Lenguas indígenas y enseñanza de las matemáticas: la importancia de armonizar los términos. *Revista Colombiana de Educación*, (74), 177-195.
<http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n74/0120-3916-rcde-74-00177.pdf>
- Belmonte, J. (2005). La construcción de magnitudes lineales en educación infantil en didáctica de las matemáticas. En M. Chamorro (coord.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 314-346). Pearson Educación.
- Blanco, L., Cárdenas, J., y Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria*. Universidad de Extremadura.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Butto, C., y Martínez, C. (2012). Abordaje basado en competencias: La resolución de problemas aditivos en el nivel básico. *Horizontes Pedagógicos*, 4(1), 30-42.
- Carraher, T., Carraher, D., y Schliemann A. L. (2002). Capítulo 8. Cultura, aritmética y modelos matemáticos. En T. Carraher, D. Carraher y A. L. Schliemann, *En la vida diez, en la escuela cero* (pp. 149-173). Siglo XXI Editores.
- Carretero, M. (2009). *Constructivismo y educación*. Paidós Argentina.
- Castro, Á. (2016). *Conocimiento matemático fundamental para el Grado de Educación Primaria: perfiles de conocimiento conceptual aditivo* [tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona]. Depósito digital de documentos de la Universidad Autónoma de Barcelona.
<https://ddd.uab.cat/record/175986>

- Castro, Á., Gorgorió, N., y Prat, M. (2015). *Conocimiento matemático fundamental en el grado de educación primaria: sistema de numeración decimal y valor posicional* [sesión de conferencia]. XIX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Alicante, España.
https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/51391/1/2015-Actas-XIX-SEIEM_20.pdf
- Cedillo, T., Isoda, M., Chalini, A., Cruz, V., Ramírez, M. E., y Vega, E. (2012). *Matemáticas para la Educación Normal: guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética*. Pearson/SEP.
- Chamorro, M., Belmonte, J., Ruiz, M., y Vecino, F. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Pearson Educación.
- Chamorro, M., Belmonte, J., Linares, S., Ruiz, M., y Vecino, F. (2006). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Educación.
- Coordinación General de Educación Intercultural y Bilingüe de la Secretaría de Educación Pública (2008). *El enfoque intercultural en educación. Orientaciones para maestros de primaria*. Autor.
http://plataformaeducativa.se.jalisco.gob.mx/elpunto/sites/default/files/el_enfoque_inter-cultural_en_educacion.pdf
- Cortina, J., Zúñiga, C., y Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Educación Matemática*, 25(2), 7-29.
<http://www.revista-educacion-matematica.com/pdf/documentos/REM/REM25-2/Vol25-2-1.pdf>
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R., López-Martín, M., y Ruz-Ángel, F. (2015). *Actividades y contextos asociadas a las tablas estadísticas en textos para los primeros cursos de educación primaria* [sesión de conferencia]. IV Jornada Nacional y I Internacional de Enseñanza de las Ciencias, Valparaíso, Chile.
https://www.researchgate.net/publication/283225683_Actividades_y_contextos_asociadas_a_las_tablas_estadisticas_en_textos_para_los_primeros_cursos_de_Educacion_Primaria
- Dirección General de Planeación, Programación y Estadística Educativa (2020). *Principales cifras del Sistema Educativo Nacional 2019-2020*. Secretaría de Educación Pública.
https://planeacion.sep.gob.mx/Doc/estadistica_e_indicadores/principales_cifras/principales_cifras_2019_2020_bolsillo.pdf
- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En M. Artigue, R. Douady y L. Moreno, *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 69-70) (P. Gómez, ed.). Una Empresa Docente / Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duhalde, M., y González, M. (1996). La medida, convenciones necesarias para entendernos. En *Encuentros cercanos con la matemática* (pp. 89-102). Aiqué.
- Fernández, C. (2015). La suma y la resta en educación infantil. *Tendencias Pedagógicas*, (26), 319-330.
- Formoso, J., Injoque-Ricle, I., Jacobovich, S., y Barreyro, J. P. (2017). Cálculo mental en niños y su relación con habilidades cognitivas. *Acta de Investigación Psicológica - Psychological Research Records*, 7(3), 2766-2774.
- Fuenlabrada, I. (2009). *¿Hasta el 100?... ¡NO! ¿Y las cuentas? TAMPOCO Entonces... ¿Qué? Reforma Integral de la Educación Básica*. Secretaría de Educación Pública.

- Fuenlabrada, I., y Zariñán, J. (2017). El Kataminó y la percepción geométrica de un grupo de estudiantes de preparatoria. *Cuadernos de Educación*, XV(15), 161-175.
<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/Cuadernos/article/view/19072>
- Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, É., Flores, X., Luci, G., Montoya, S., Soto-Andrade, J. (2011). Estrategias Cognitivas para el cálculo mental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(1), 9-40.
- García, S., y López, O. (2008). *La enseñanza de la geometría. Materiales para apoyar la práctica educativa*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
<https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/PID401.pdf>
- Gilsdorf, T. E. (2008). Etnomatemáticas de los otomíes. *Estudios de Cultura Otopame*, 6(1). Universidad Nacional Autónoma de México.
<http://www.revistas.unam.mx/index.php/eco/article/view/23986>
- Godino, J. (dir.). (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.
http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
- González, A., y Weinstein, E. (2008a). *La enseñanza de la matemática en el jardín de infantes a través de secuencias didácticas*. Homo Sapiens.
- González, A., y Weinstein, E. (2008b). *¿Cómo enseñar matemática en el Jardín?: número, medida, espacio*. Colihue.
- Hughes, M. (1987). *Los niños y los números*. Planeta.
- Instituto Nacional de Formación Docente (2017). *Los distintos significados de la suma y la resta*. Ateneo – Área Matemática Encuentro 1. Autor.
- Isoda, M., y Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.
<http://math-info.cried.tsukuba.ac.jp/upload/ProblemSolvingIsodaOlfos.pdf>
- Ivars, P., y Fernández, C. (2015). Evolución de los niveles de éxito en la resolución de problemas de estructura multiplicativa en educación primaria [sesión de conferencia]. XIX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Alicante, España.
https://www.researchgate.net/publication/336103197_EVOLUCION_DE_LOS_NIVELES_DE_EXITO_EN_LA_RESOLUCION_DE_PROBLEMAS_DE_ESTRUCTURAS_MULTIPLICATIVA_EN_EDUCACION_PRIMARIA
- Jiménez, J. (2017). *Estrategias de cálculo mental*.
<http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/downloads/estrategiasmental.pdf>
- Nunes, T., y Bryant, P. (1997). *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño*. Siglo XXI.
- Panizza, M., Bartolomé, O., Broitman, C., Fregono, D., Itzcovich, H., Quarantana, M., Ressia de Moreno, B., Saiz, I., Tarasow, P., y Wolman, S. (2003). *Enseñar matemáticas en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Paidós.

- Ressia de Moreno, B. (2003). La enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y el primer año de la EGB. En Panizza, M., Bartolomé, O., Broitman, C., Fregono, D., Itzcovich, H., Quarantana, M., Ressa de Moreno, B., Saiz, I., Tarasow, P., y Wolman, S., *Enseñar matemáticas en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas* (pp. 73-130). Paidós.
- Ruiz, L. (2005). La actividad lógica en la Escuela Infantil en Didáctica de las matemáticas. En M. Chamorro (coord.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 101-140). Pearson Educación.
- Ruiz, N. (2014). La enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 13(1), 103-121.
<https://www.redalyc.org/pdf/551/55133776006.pdf>
- Secretaría de Educación Pública (2016). *Propuesta curricular para la educación obligatoria 2016*. Autor.
<https://www.gob.mx/cms/uploads/docs/Propuesta-Curricular-baja.pdf>
- Secretaría de Educación Pública (2017a). *Aprendizajes clave para la educación integral. 2° Plan y programas de estudio para la educación básica*. Autor.
<https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/index-Descargas.html>
- Secretaría de Educación Pública (2017b). *Aprendizajes clave para la educación integral. Educación primaria. 1° Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. Autor.
https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/primaria/1grado/1LpM-Primaria1grado_Digital.pdf
- Secretaría de Educación Pública (2017c). *Aprendizajes clave para la educación integral. Educación primaria. 2° Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. Autor.
<https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/prim-ae-pensamiento-mate2.html>
- Secretaría de Educación Pública (2019a). *Matemáticas. Primer grado*. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
<https://libros.conaliteg.gob.mx/P2MAA.htm?#page/1>
- Secretaría de Educación Pública (2019b). *Matemáticas. Segundo grado*. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
<https://libros.conaliteg.gob.mx/P1MAA.htm?#page/2>
- Secretaría de Educación Pública (2019c). *Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado* (segunda edición). Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
<https://libros.conaliteg.gob.mx/P1MAM.htm>
- Secretaría de Educación Pública (2019d). *Libro para el maestro. Matemáticas. Segundo grado* (segunda edición). Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
<https://libros.conaliteg.gob.mx/P2MAM.htm>
- Soto, E. (2011). *Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos* (tercera edición). Autor.
<https://www.aprendematematicas.org.mx/wp-content/uploads/2017/04/Diccionario-Ilustrado-de-Conceptos-Matematicos.pdf>
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2, 3), pp. 133-170.



Docentes que enseñan y aprenden resolviendo.
Las matemáticas en 1º y 2º grados de educación primaria,
es una publicación digital de la Comisión Nacional
para la Mejora Continua de la Educación.
Noviembre de 2020.





GOBIERNO DE
MÉXICO



MEJOREDU
COMISIÓN NACIONAL PARA LA MEJORA
CONTINUA DE LA EDUCACIÓN